

ИССЛЕДОВАНИЕ НОВОГО ТРЕХМЕРНОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРУГО-ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГАЗА

Рассматривается новый трехмерный конечный элемент для моделирования упруго-динамических свойств газа. Получены в явном виде аналитические выражения для расчета элементов матрицы жесткости нового конечного элемента. Проведено экспериментальное исследование распределения амплитуды звукового давления вдоль оси акустического интерферометра. Показана возможность использования изотропного трехмерного конечного элемента для описания упруго-динамических свойств газа, при этом физические константы элемента определены расчетом по полученным зависимостям, что дает возможность задействовать ресурс коммерческих программ, реализующих метод конечных элементов, для решения задач распространения и взаимодействия с преградами упругих волн.

Ключевые слова: метод конечных элементов, матрица жесткости, распространения упругих колебаний в трубке, упруго-динамические свойства газа.

Ранее в [1] был подробно рассмотрен новый осесимметричный конечный элемент (КЭ) для моделирования упруго-динамических свойств газа. Для моделирования поведения газа, занимающего произвольный объем, требуется использование трехмерного КЭ, который моделирует область пространства конечных размеров, давление газа в которой зависит от изменения объема, обусловленного перемещением узлов КЭ.

Рассмотрим вывод матрицы жесткости трехмерного КЭ тетраэдральной формы двумя способами: способом, который предложен в [2], и способом, описанным в [3–6]. Последний способ широко используется в программах, таких как Ansys, Nastran, Abaqus и др., для расчета прочности, устойчивости, отклика на воздействие различных конструкций.

На рис. 1 изображен трехмерный КЭ тетраэдральной формы с узлами i, j, k, m в правосторонней декартовой системе координат $Oxyz$.

Рассмотрим вывод выражения матрицы жесткости КЭ способом, описанным в работе [2].

Запишем объем V тетраэдрального КЭ через координаты узлов:

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \end{vmatrix}$$

или

$$V = \frac{1}{6} [x_j y_k z_m - x_j y_m z_k + x_k y_m z_j - x_k y_j z_m + x_m y_j z_k - x_m y_k z_j - x_i y_k z_m + x_i y_m z_k - x_k y_m z_i + x_k y_i z_m - x_m y_i z_k + x_m y_k z_i + x_i y_j z_m - x_i y_m z_j +$$

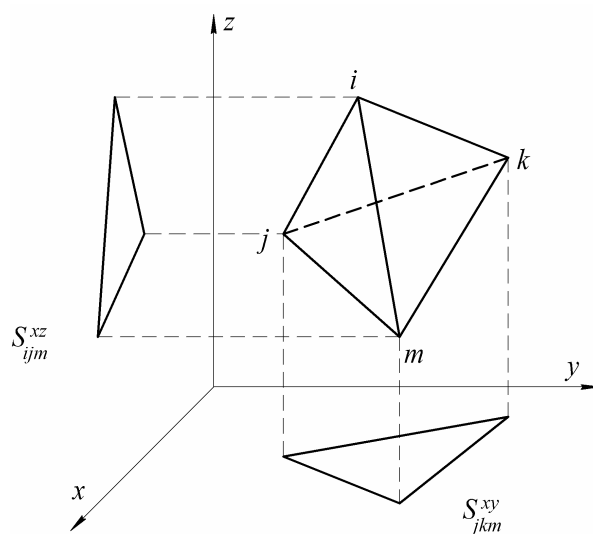


Рис. 1. Тетраэдральный конечный элемент $ijklm$

$$+ x_j y_m z_i - x_j y_i z_m + x_m y_i z_j - x_m y_j z_i - x_i y_j z_k + x_i y_k z_j - x_j y_k z_i + x_j y_i z_k - x_k y_i z_j + x_k y_j z_i]. \quad (1)$$

Здесь $x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j, x_k, y_k, z_k, x_m, y_m, z_m$ — декартовы координаты узлов i, j, k, m соответственно.

Изменение объема КЭ запишем через изменения координат его узлов:

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial x_i} \delta x_i + \frac{\partial V}{\partial y_i} \delta y_i + \frac{\partial V}{\partial z_i} \delta z_i + \frac{\partial V}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial V}{\partial y_j} \delta y_j + \frac{\partial V}{\partial z_j} \delta z_j + \frac{\partial V}{\partial x_k} \delta x_k + \frac{\partial V}{\partial y_k} \delta y_k +$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_k} \delta z_k + \frac{\partial V}{\partial x_m} \delta x_m + \frac{\partial V}{\partial y_m} \delta y_m + \frac{\partial V}{\partial z_m} \delta z_m$$

или в матричном виде

$$\Delta V = [DV] \{\delta\}.$$

Здесь $[DV]$ – вектор-строка производных объема КЭ по координатам

$$[DV] = \left[\frac{\partial V}{\partial x_i} \quad \frac{\partial V}{\partial y_i} \quad \frac{\partial V}{\partial z_i} \quad \frac{\partial V}{\partial x_j} \quad \frac{\partial V}{\partial y_j} \quad \frac{\partial V}{\partial z_j} \quad \frac{\partial V}{\partial x_k} \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\frac{\partial V}{\partial y_k} \quad \frac{\partial V}{\partial z_k} \quad \frac{\partial V}{\partial x_m} \quad \frac{\partial V}{\partial y_m} \quad \frac{\partial V}{\partial z_m} \right], \quad (2)$$

$\{\delta\}$ – вектор-столбец перемещений по координатам

$$\{\delta\}^T = [\delta x_i \quad \delta y_i \quad \delta z_i \quad \delta x_j \quad \delta y_j \quad \delta z_j \quad \delta x_k \rightarrow$$

$$\rightarrow \delta y_k \quad \delta z_k \quad \delta x_m \quad \delta y_m \quad \delta z_m].$$

Подстановка (1) в (2) дает

$$[DV]^T =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -y_k z_m + y_m z_k + y_j z_m - y_m z_j - y_j z_k + y_k z_j \\ x_k z_m - x_m z_k - x_j z_m + x_m z_j + x_j z_k - x_k z_j \\ -x_k y_m + x_m y_k + x_j y_m - x_m y_j - x_j y_k + x_k y_j \\ y_k z_m - y_m z_k + y_m z_i - y_i z_m - y_k z_i + y_i z_k \\ -x_k z_m + x_m z_k + x_i z_m - x_m z_i - x_i z_k + x_k z_i \\ x_k y_m - x_m y_k - x_i y_m + x_m y_i + x_i y_k - x_k y_i \\ y_m z_j - y_j z_m - y_m z_i + y_i z_m - y_i z_j + y_j z_i \\ x_j z_m - x_m z_j - x_i z_m + x_m z_i + x_i z_j - x_j z_i \\ -x_j y_m + x_m y_j + x_i y_m - x_m y_i - x_i y_j + x_j y_i \\ y_j z_k - y_k z_j - y_i z_k + y_k z_i + y_i z_j - y_j z_i \\ -x_j z_k + x_k z_j + x_i z_k - x_k z_i - x_i z_j + x_j z_i \\ x_j y_k - x_k y_j - x_i y_k + x_k y_i + x_i y_j - x_j y_i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Далее, преобразуем элементы полученного вектора $[DV]^T$ в виде столбца следующим образом:

$$\frac{\partial V}{\partial x_i} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} y_k & z_k \\ y_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_j & z_j \\ y_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} y_j & z_j \\ y_k & z_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{jkm}^{yz}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_i} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} x_k & z_k \\ x_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_j & z_j \\ x_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_j & z_j \\ x_k & z_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_m & 1 & z_m \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{jkm}^{xz}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_i} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} x_k & y_k \\ x_m & y_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_j & y_j \\ x_m & y_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_j & y_j \\ x_k & y_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{jkm}^{xy}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_j} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} y_k & z_k \\ y_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_k & z_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ikm}^{yz}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_j} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} x_k & z_k \\ x_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_k & z_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & 1 & z_i \\ x_k & 1 & z_k \\ x_m & 1 & z_m \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ikm}^{xz}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_j} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} x_k & y_k \\ x_m & y_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_m & y_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_k & y_k \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ikm}^{xy}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_k} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} y_j & z_j \\ y_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_j & z_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{ijm}^{yz}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_k} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} x_j & z_j \\ x_m & z_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_m & z_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_j & z_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & 1 & z_i \\ x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{ijm}^{xz}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_k} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} x_j & y_j \\ x_m & y_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_m & y_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} S_{ijm}^{xy}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_m} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} y_j & z_j \\ y_k & z_k \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_k & z_k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_i & z_i \\ y_j & z_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ijk}^{yz}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_m} = \frac{1}{6} \left(- \begin{vmatrix} x_j & z_j \\ x_k & z_k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_k & z_k \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & z_i \\ x_j & z_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & 1 & z_i \\ x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ijk}^{xz}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_m} = \frac{1}{6} \left(\begin{vmatrix} x_j & y_j \\ x_k & y_k \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_k & y_k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} S_{ijk}^{xy}. \quad (15)$$

Здесь обозначено S_{Δ}^p — проекция грани-треугольника КЭ Δ на координатную плоскость P , где $\Delta = jkm, ijm, ijk$; $P = yz, xz, xy$.

Таким образом, частная производная объема КЭ по данной координате данного узла суть проекция грани КЭ тетраэдральной формы (треугольник, содержащий узлы КЭ, кроме данного) на координатную плоскость, которая перпендикулярна оси данной координаты. Тогда выражение можем переписать в виде:

$$[DV] = \frac{1}{3} [-S_{jkm}^{yz} - S_{jkm}^{xz} - S_{jkm}^{xy} \quad S_{ikm}^{yz} \quad S_{ikm}^{xz} \quad S_{ikm}^{xy} \rightarrow \\ \rightarrow -S_{ijm}^{yz} - S_{ijm}^{xz} - S_{ijm}^{xy} \quad S_{ijk}^{yz} \quad S_{ijk}^{xz} \quad S_{ijk}^{xy}].$$

Всякое изменение объема КЭ вызывает изменение давления газа. Как и ранее, в [1], процесс полагаем политропным.

Матрицу жесткости КЭ $[K]$ получим на основе принципа возможных перемещений, аналогично [1]:

$$[K] = \frac{p_0 n}{V_0} [DV]^T [DV], \quad (16)$$

где p_0 , V_0 — начальные значения давления и объема газа в КЭ, обусловленные номинальной нагрузкой; n — показатель политропы.

Выпишем в явном виде зависимость матрицы жесткости от координат узлов, подставляя (1) и (3) в (16):

$$[K] = \frac{1}{9} \frac{p_0 n}{V_0} \begin{bmatrix} [K]_{jkm,jkm} & [K]_{jkm,ikm} & [K]_{jkm,ijm} & [K]_{jkm,ijk} \\ [K]_{ikm,jkm}^T & [K]_{ikm,ikm} & [K]_{ikm,ijm} & [K]_{ikm,ijk} \\ [K]_{ijm,jkm}^T & [K]_{ijm,ikm}^T & [K]_{ijm,ijm} & [K]_{ijm,ijk} \\ [K]_{ijk,jkm}^T & [K]_{ijk,ikm}^T & [K]_{ijk,ijm}^T & [K]_{ijk,ijk} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где для удобства записи обозначено:

$$[K]_{jkm,jkm} = \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{yz} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{yz} & S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$[K]_{jkm,ikm} = - \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{yz} & S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xz} & S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{yz} & S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$[K]_{jkm,ijm} = \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$[K]_{jkm,ijk} = - \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$[K]_{ikm,ikm} = \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{yz} & S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xy} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \\ S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{yz} & S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$[K]_{ikm,ijm} = - \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$[K]_{ikm,ijk} = \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$[K]_{ijm,ijm} = \begin{bmatrix} S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$[K]_{ijm,ijk} = - \begin{bmatrix} S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$[K]_{ijk,ijk} = \begin{bmatrix} S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{yz} & S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Отметим, что матрица (17) является симметричной.

Очевидно, что полученную матрицу жесткости $[K]$ можно в принципе использовать для расчетов с помощью достаточно широкого круга программ, реализующих МКЭ применительно к задачам деформирования твердого тела. Однако далеко не все они позволяют непосредственно ввести значения элементов $[K]$. Зачастую остается лишь возможность непосредственного ввода матрицы упругости $[D]$. И тем не менее, как показано ниже, есть возможность моделировать газ изотропными КЭ аналогично новому КЭ.

Рассмотрим вывод выражения матрицы жесткости КЭ $ijkm$ (рис. 1) способом, описанным в работах [3–6]. Описывающие тетраэдральный КЭ выражения достаточно подробно представлены в [3]. Здесь приведем лишь некоторые из них.

Перемещения внутри КЭ представляют линейными полиномами. Так, вдоль оси Ox перемещения u_i , u_j , u_k , u_m узлов КЭ составляют линейную алгебраическую систему

$$\begin{cases} u_i = \chi_0^u + \chi_1^u x_i + \chi_2^u y_i + \chi_3^u z_i \\ u_j = \chi_0^u + \chi_1^u x_j + \chi_2^u y_j + \chi_3^u z_j \\ u_k = \chi_0^u + \chi_1^u x_k + \chi_2^u y_k + \chi_3^u z_k \\ u_m = \chi_0^u + \chi_1^u x_m + \chi_2^u y_m + \chi_3^u z_m \end{cases}, \quad (28)$$

где χ_0^u , χ_1^u , χ_2^u , χ_3^u — постоянные однозначно определяющие перемещения внутри КЭ вдоль оси Ox .

Решая систему (28) методом Крамера (через определители) относительно χ_0^u , χ_1^u , χ_2^u , χ_3^u и раскладывая каждое решение по столбцу, содержащему перемещения u_i , u_j , u_k , u_m узлов КЭ, получим:

$$\chi_0^u = \frac{1}{6V_0} \left[u_i \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} - u_j \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + u_k \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} - u_m \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \end{vmatrix} \right], \quad (29)$$

$$\chi_1^u = \frac{1}{6V_0} \left[-u_i \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} + u_j \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} - \right.$$

$$-u_k \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix} + u_m \begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \end{vmatrix}, \quad (30)$$

$$\chi_2^u = \frac{1}{6V_0} \left[u_i \begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} - u_j \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + u_k \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} - u_m \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix} \right], \quad (31)$$

$$\chi_3^u = \frac{1}{6V_0} \left[-u_i \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} + u_j \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_k & y_k \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} - \right. \\ \left. - u_k \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} + u_m \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \right]. \quad (32)$$

Отметим, что в (30) – (32) определители, по сути, представляют собой проекции элемента-тетраэдра на координатные плоскости. Используя обозначения в выражениях (4) – (15), перепишем (30) – (32):

$$\chi_1^u = \frac{1}{6V_0} [-2S_{jkm}^{yz} u_i + 2S_{ikm}^{yz} u_j - 2S_{ijm}^{yz} u_k + 2S_{ijk}^{yz} u_m], \quad (33)$$

$$\chi_2^u = \frac{1}{6V_0} [-2S_{jkm}^{xz} u_i + 2S_{ikm}^{xz} u_j - 2S_{ijm}^{xz} u_k + 2S_{ijk}^{xz} u_m], \quad (34)$$

$$\chi_3^u = \frac{1}{6V_0} [-2S_{jkm}^{xy} u_i + 2S_{ikm}^{xy} u_j - 2S_{ijm}^{xy} u_k + 2S_{ijk}^{xy} u_m]. \quad (35)$$

С помощью (29), (33) – (35) можно выразить перемещения внутри КЭ вдоль оси Ox , в котором коэффициенты при перемещениях u_i, u_j, u_k, u_m узлов КЭ суть функции положения [3]:

$$\begin{cases} N_i = \frac{1}{3V_0} \left[\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} - S_{jkm}^{yz} x - S_{jkm}^{xz} y - S_{jkm}^{xy} z \right] \\ N_j = \frac{1}{3V_0} \left[-\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} + S_{ikm}^{yz} x + S_{ikm}^{xz} y + S_{ikm}^{xy} z \right] \\ N_k = \frac{1}{3V_0} \left[\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} - S_{ijm}^{yz} x - S_{ijm}^{xz} y - S_{ijm}^{xy} z \right] \\ N_m = \frac{1}{3V_0} \left[-\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \end{vmatrix} + S_{ijk}^{yz} x + S_{ijk}^{xz} y + S_{ijk}^{xy} z \right] \end{cases}. \quad (36)$$

Матрицу жесткости КЭ $ijkm$ (рис. 1) можно составить, используя [3] (перемещения внутри элемента являются линейными полиномами):

$$[k] = [B]^T [D] [B] V_0. \quad (37)$$

Здесь $[D]$ — матрица упругости материала, а $[B]$ — матрица деформаций.

Газ принимаем изотропным материалом, тогда матрица упругости имеет вид:

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Здесь обозначено $\alpha = \frac{\nu}{1-\nu}$, $\beta = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$; E, ν —

приведенные для газа модуль Юнга и коэффициент Пуассона.

Выражение для матрицы деформаций $[B]$ (отличие от [3] только лишь в обозначении узлов КЭ) с учетом (36) имеет вид:

$$[B] = \frac{1}{3V_0} \begin{bmatrix} -S_{jkm}^{yz} & 0 & 0 & S_{ikm}^{yz} & 0 & 0 \\ 0 & -S_{jkm}^{xz} & 0 & 0 & S_{ikm}^{xz} & 0 \\ 0 & 0 & -S_{jkm}^{xy} & 0 & 0 & S_{ikm}^{xy} \\ -S_{jkm}^{xz} & -S_{jkm}^{yz} & 0 & S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{yz} & 0 \\ 0 & -S_{jkm}^{xy} & -S_{jkm}^{xz} & 0 & S_{ikm}^{xy} & S_{ikm}^{xz} \\ -S_{jkm}^{xy} & 0 & -S_{jkm}^{yz} & S_{ikm}^{xy} & 0 & S_{ikm}^{yz} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -S_{ijm}^{yz} & 0 & 0 & S_{ijk}^{yz} & 0 & 0 \\ 0 & -S_{ijm}^{xz} & 0 & 0 & S_{ijk}^{xz} & 0 \\ 0 & 0 & -S_{ijm}^{xy} & 0 & 0 & S_{ijk}^{xy} \\ -S_{ijm}^{xz} & -S_{ijm}^{yz} & 0 & S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{yz} & 0 \\ 0 & -S_{ijm}^{xy} & -S_{ijm}^{xz} & 0 & S_{ijk}^{xy} & S_{ijk}^{xz} \\ -S_{ijm}^{xy} & 0 & -S_{ijm}^{yz} & S_{ijk}^{xy} & 0 & S_{ijk}^{yz} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Используя (38) и (39), выражение (37) можно переписать в следующем виде:

$$[k] = \frac{1}{9V_0} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} [k]_{1,1} & [k]_{1,2} & [k]_{1,3} & [k]_{1,4} \\ [k]_{1,2}^T & [k]_{2,2} & [k]_{2,3} & [k]_{2,4} \\ [k]_{1,3}^T & [k]_{2,3}^T & [k]_{3,3} & [k]_{3,4} \\ [k]_{1,4}^T & [k]_{2,4}^T & [k]_{3,4}^T & [k]_{4,4} \end{bmatrix},$$

где для удобства записи обозначено (каждый блок дополнительно разложен на сумму):

$$[k]_{1,1} = \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} & \alpha S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xy} & S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xz} + S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{xy} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{yz} + S_{jkm}^{xy} S_{jkm}^{xy} & S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xz} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xy} \\ S_{jkm}^{yz} S_{jkm}^{xz} + S_{jkm}^{xz} S_{jkm}^{xz} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$[k]_{1,2} = - \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix} -$$

$$- \beta \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xz} + S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{yz} \\ S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{yz} + S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \\ S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{yz} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ikm}^{xz} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ikm}^{xz} + S_{jkm}^{yz} S_{ikm}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$[k]_{1,3} = \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xz} + S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{yz} \\ S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{yz} + S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \rightarrow \\ S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{yz} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ijm}^{xz} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ijm}^{xz} + S_{jkm}^{yz} S_{ijm}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$[k]_{1,4} = - \begin{bmatrix} S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} -$$

$$- \beta \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{yz} \\ S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{yz} + S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \rightarrow \\ S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{xy} & S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{yz} \\ S_{jkm}^{xy} S_{ijk}^{xz} \\ S_{jkm}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{jkm}^{yz} S_{ijk}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (43)$$

$$[k]_{2,2} = \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xz} + S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xy} & S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xz} \\ S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{yz} + S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{xy} \rightarrow \\ S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{xy} & S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xy} S_{ikm}^{yz} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xy} \\ S_{ikm}^{yz} S_{ikm}^{yz} + S_{ikm}^{xz} S_{ikm}^{xz} \end{bmatrix}, \quad (44)$$

$$[k]_{2,3} = - \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} -$$

$$- \beta \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xz} + S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xy} & S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{yz} \\ S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{yz} + S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \rightarrow \\ S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{xy} & S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{yz} \\ S_{ikm}^{xy} S_{ijm}^{xz} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ijm}^{xz} + S_{ikm}^{yz} S_{ijm}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (45)$$

$$[k]_{2,4} = \begin{bmatrix} S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xy} & S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xz} \\ S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{yz} + S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \rightarrow \\ S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{xy} & S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{yz} \\ S_{ikm}^{xy} S_{ijk}^{xz} \\ S_{ikm}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{ikm}^{yz} S_{ijk}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$[k]_{3,3} = \begin{bmatrix} S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{yz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xz} & \alpha S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ \alpha S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{yz} & \alpha S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xz} + S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xy} & S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xz} \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{yz} + S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{xy} \rightarrow \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{xy} & S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{ijm}^{xy} S_{ijm}^{yz} \\ S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xy} \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijm}^{yz} + S_{ijm}^{xz} S_{ijm}^{xz} \end{bmatrix}, \quad (47)$$

$$[k]_{3,4} = - \begin{bmatrix} S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} -$$

$$- \beta \begin{bmatrix} S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xy} & S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xz} \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{yz} + S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{xy} \rightarrow \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xy} & S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{ijm}^{xy} S_{ijk}^{yz} \\ S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijm}^{yz} S_{ijk}^{xz} + S_{ijm}^{xz} S_{ijk}^{yz} \end{bmatrix}, \quad (48)$$

$$[k]_{4,4} = \begin{bmatrix} S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{yz} & S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xz} & \alpha S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ \alpha S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{yz} & \alpha S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} +$$

$$+ \beta \begin{bmatrix} S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xz} + S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xy} & S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xz} \\ S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xz} & S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{yz} + S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{xy} \rightarrow \\ S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{xy} & S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} S_{ijk}^{xy} S_{ijk}^{yz} \\ S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xy} \\ S_{ijk}^{yz} S_{ijk}^{yz} + S_{ijk}^{xz} S_{ijk}^{xz} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Сравнивая выражения (18) – (27) и (40) – (49), выявляем условия равенства матриц жесткости $[K]$ и $[k]$:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\nu}{1 - \nu} = 1 \\ \beta = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} = 0 \\ p_0 n = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \end{cases}. \quad (50)$$

Из первого и второго условий (50) следует $\nu = 1/2$, что противоречит третьему условию. Применим в данном случае приближенный подход, полагая, что коэффициент Пуассона ν близок по величине к 0,5. Точность решения тем выше, чем ближе к 0,5 принимается величина ν . Принимая, например, $\nu = 0,49$, из (50) находим:

$$E = p_0 n \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} = 0,058431 p_0 n. \quad (51)$$

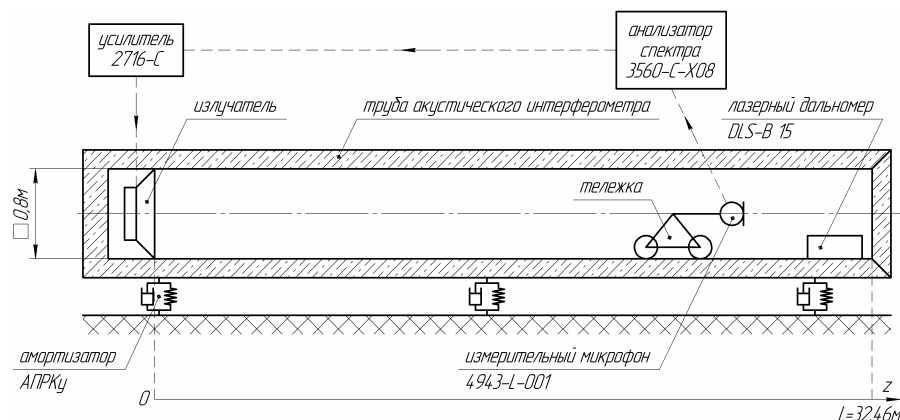


Рис. 2. Схема акустического интерферометра

Для решения динамической задачи при гармоническом возбуждении без учета трения на ряду матриц жесткости необходима матрица масс КЭ. Приведем ее в матричном виде без вывода [3, с. 348]:

$$[m] = \int_v [N]^T \rho_0 [N] dV.$$

Здесь $\rho_0 = \frac{p_0 M}{RT}$ — плотность газа; $R = 8,31447$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура воздуха; $M = 0,0289644$ кг/моль — молярная масса воздуха; интеграл по объему КЭ.

Полученные константы v , E и ρ_0 можно использовать в программах, реализующих МКЭ, таких как Ansys, Nastran, Abaqus и др., при моделировании свойств газа изотропными КЭ.

Для подтверждения возможности моделирования свойств газа проведено экспериментальное исследование распределения амплитуды звукового давления вдоль оси акустического интерферометра (АИ) и проведен расчет давления в АИ с помощью описанного КЭ в программе Ansys.

Акустический интерферометр представляет собой бетонную трубу квадратного сечения 800×800 мм с жесткими стенками толщиной 160 мм. АИ амортизирован с помощью пневмоамортизаторов АПРКУ подушечного типа с резинокордной оболочкой Н-103. По торцам труба закрыта массивными стенками. На одном из концов трубы размещен излучатель звука электродинамического типа. Расстояние от излучателя до поверхности противоположного конца составляет 32,46 м. Звуковое давление внутри трубы измеряют с помощью измерительного микрофона, который перемещают вдоль оси трубы с возможностью определения положения микрофона посредством лазерного дальномера.

Схема АИ приведена на рис. 2.

Диапазон частот измерения звукового давления составляет 5–200 Гц. В рамках этого диапазона в трубе могут распространяться только плоские волны. При подаче сигнала на излучатель в результате интерференции образуется звуковое поле стоячих волн.

Сигнал на излучатель подается с генератора через усилитель. Сигнал с микрофона поступает на вход анализатора спектра.

Измерения выполнены при возбуждении чистым тоном на частотах 5, 6,5, 8, 10, 12,5, 16, 20, 25, 31,5, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200 Гц. Звуковое давление измерено как спектральная составляющая узкополос-

ного спектра соответствующей частоты. Положение микрофона меняли с шагом составляющим ~118 мм. Измерения заняли пять календарных дней. Атмосферное давление и температура внутри АИ изменялись, но фиксировались: наибольшее изменение температуры 1 °С, атмосферного давления 7 мм рт. ст.

На рис. 3–7 приведены экспериментальные графики распределения амплитуды звукового давления вдоль АИ при частотах возбуждения 5, 10, 20, 40 и 100 Гц.

Покажем далее путем решения задачи распространения звукового возмущения (динамическая задача при гармоническом возмущении) в АИ с помощью описанного КЭ, что ввод параметров обеспечивает приемлемую точность расчетов.

На рис. 8 показана конечно-элементная модель АИ в программе Ansys. Геометрические размеры модели соответствуют номинальным размерам внутреннего объема АИ. Модель содержит 7 314 узлов, 29 623 элемента. Перемещение узлов на боковых продольных поверхностях модели, а также на одной из двух торцевых поверхностей, ограничено только по нормали к соответствующим поверхностям. Узлы на противоположной относительно упомянутой выше торцевой поверхности модели смещаются по гармоническому закону вдоль продольной оси модели. Такое граничное условие соответствует поршню в трубке.

Поскольку изменение атмосферного давления и температура внутри АИ незначительно, то расчет проведен для одного набора параметров: температура 18 °С, атмосферное давление 760 мм рт. ст. Значение коэффициента Пуассона принято 0,49.

Так как измерить амплитуду колебаний излучателя достаточно трудно, то встает вопрос настройки расчетной модели на эксперимент. Эта задача решена путем выбора значения амплитуды гармонических перемещений узлов торцевой поверхности АИ, при котором расчетные значения амплитуды давления соответствуют экспериментальным.

Результаты расчетов представлены на рис. 4–8.

Как видим, результаты расчета с достаточной точностью соответствуют экспериментальным данным. При этом коэффициент Пуассона ν можно принимать в пределах от 0,49 до 0,4999. Проведенные расчеты при различных значениях ν на разных частотах показывают, что результаты практически не изменяются с изменением ν в указанных пределах.

Таким образом, в статье:

1. Получены в явном виде аналитические выражения для расчета элементов матрицы жесткости но-

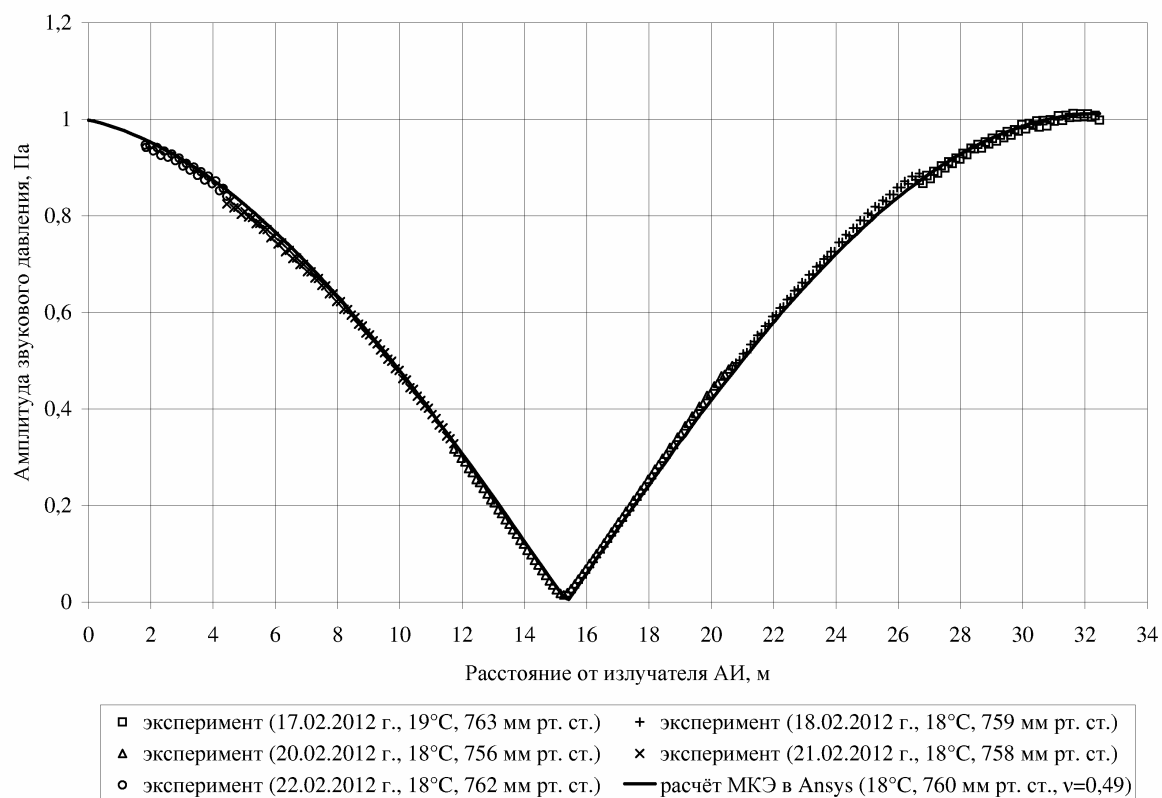


Рис. 3. Распределение амплитуды звукового давления вдоль АИ
при возбуждении на частоте 5 Гц

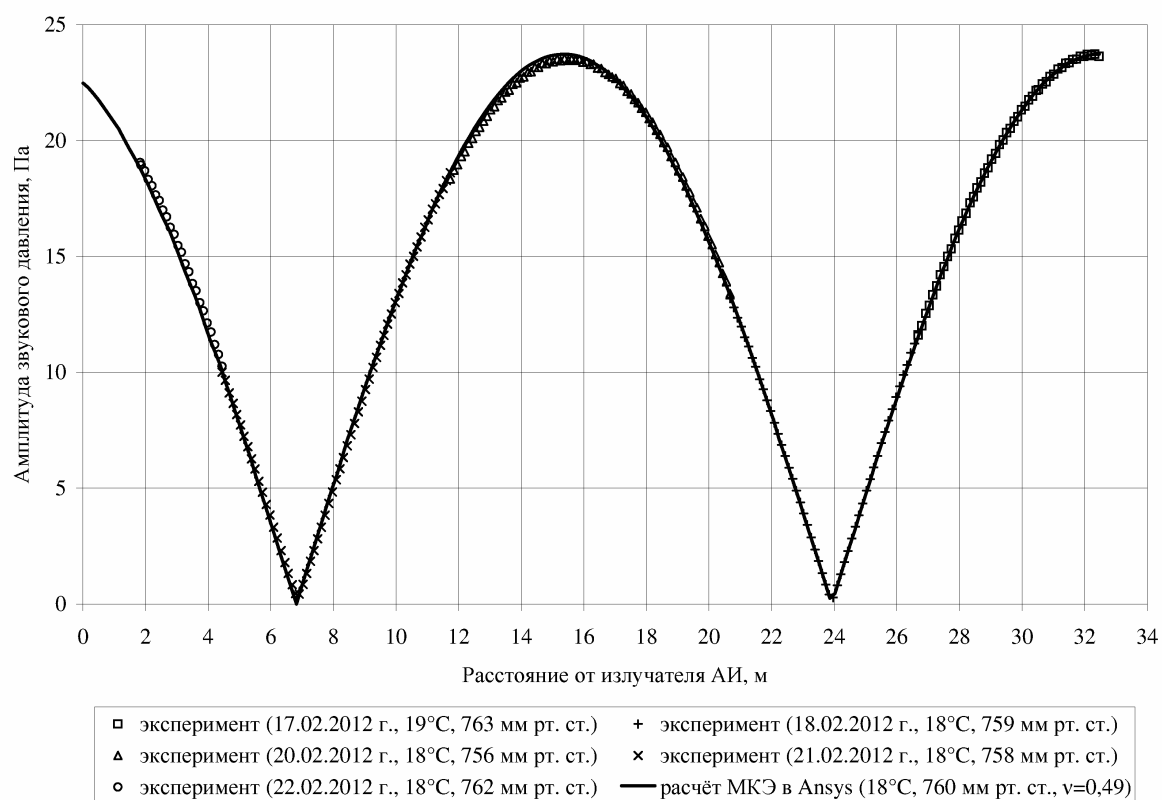


Рис. 4. Распределение амплитуды звукового давления вдоль АИ
при возбуждении на частоте 10 Гц

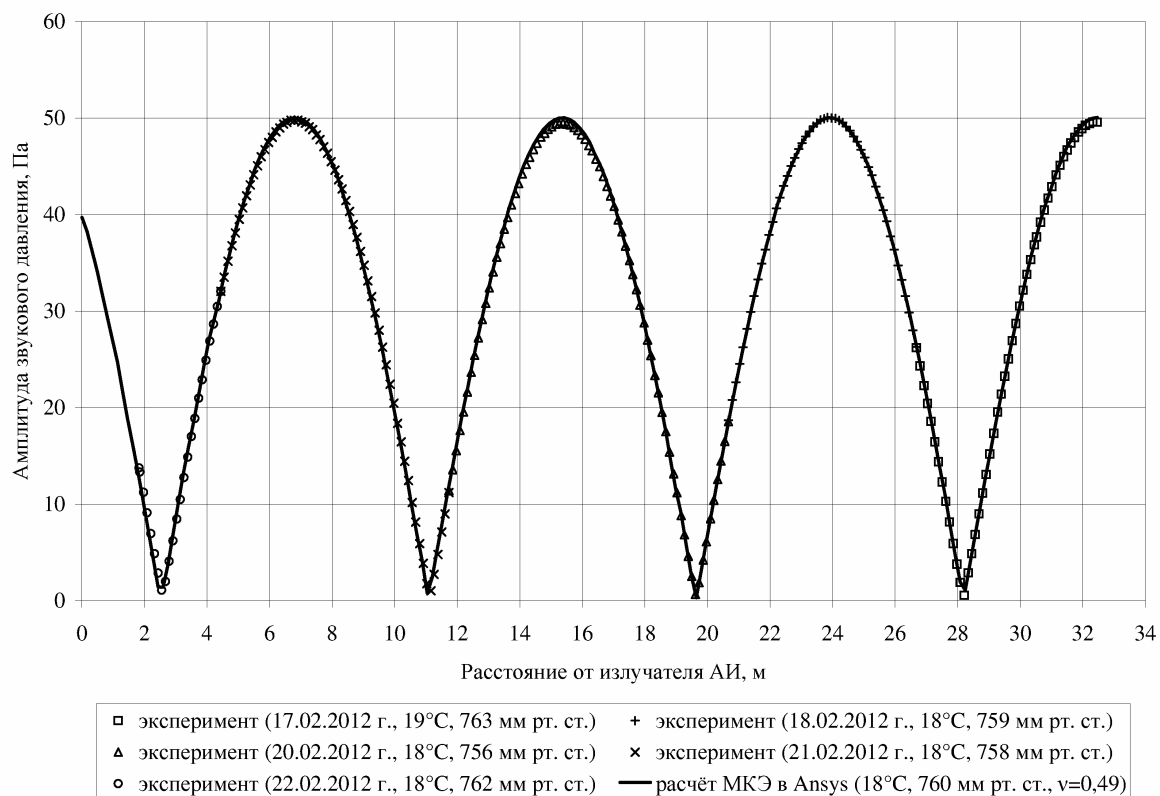


Рис. 5. Распределение амплитуды звукового давления вдоль АИ
при возбуждении на частоте 20 Гц

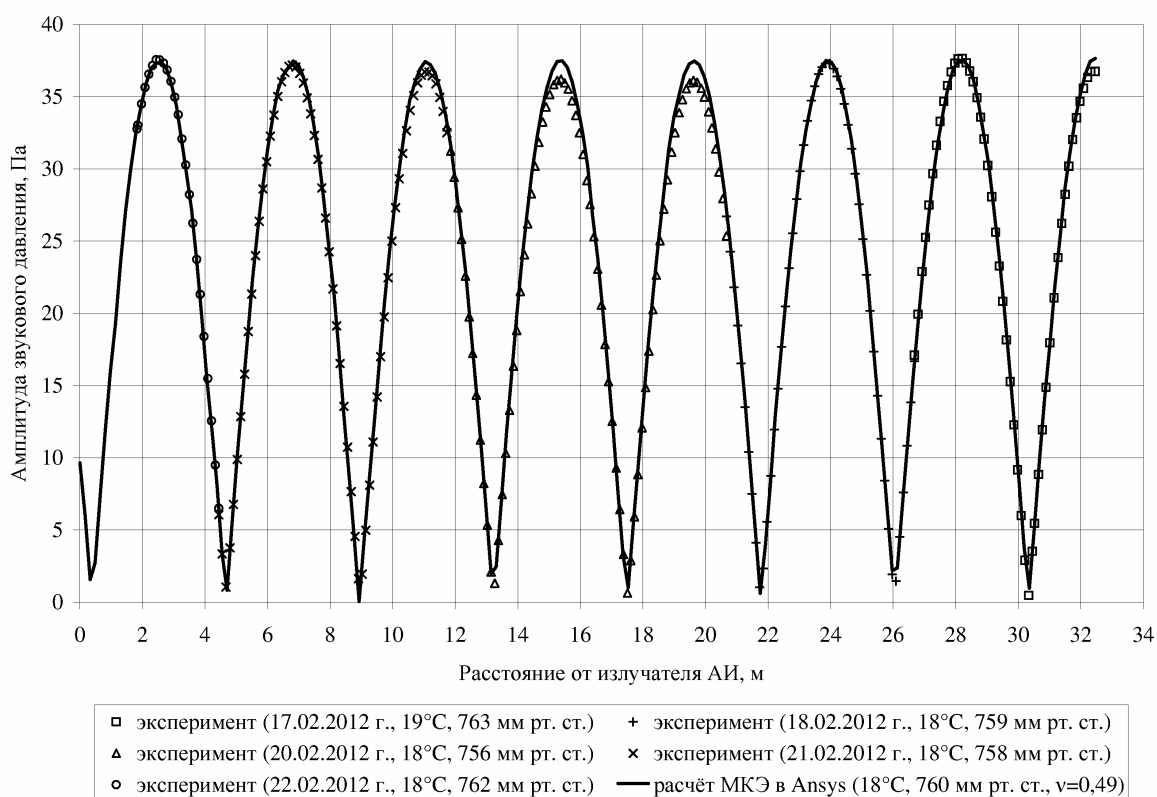


Рис. 6. Распределение амплитуды звукового давления вдоль АИ
при возбуждении на частоте 40 Гц

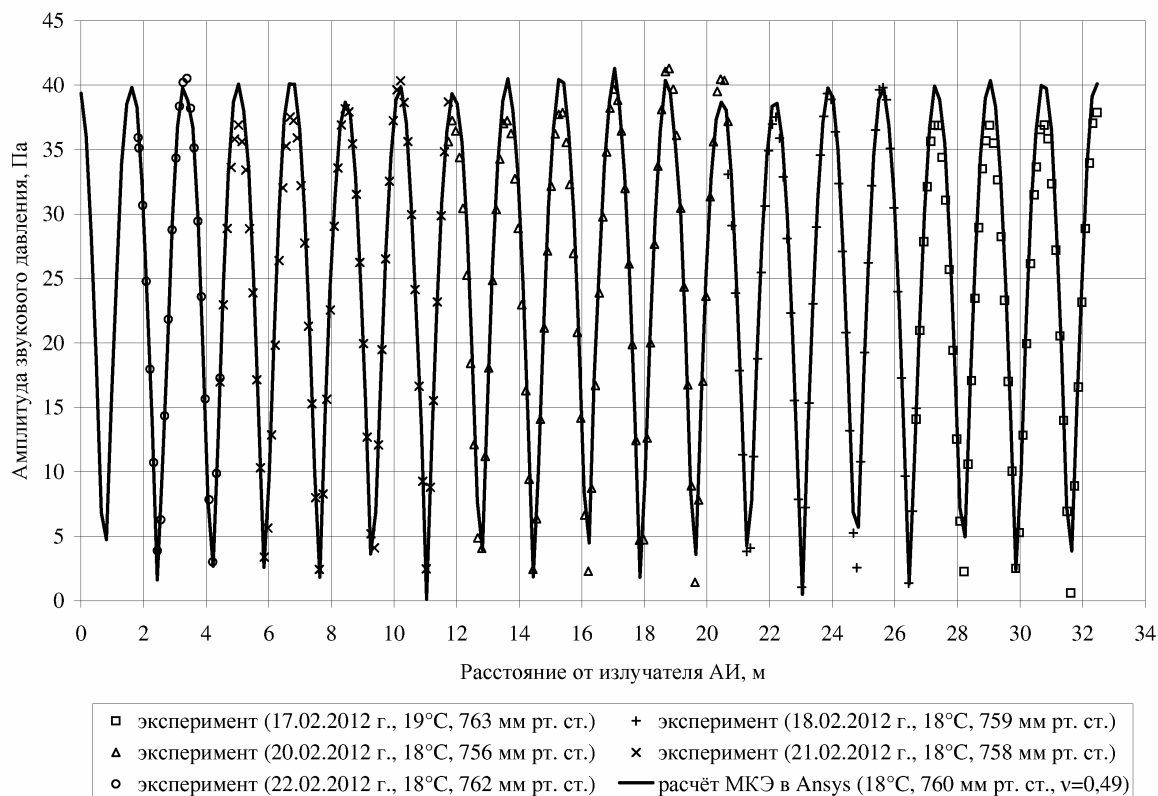


Рис. 7. Распределение амплитуды звукового давления вдоль АИ при возбуждении на частоте 100 Гц

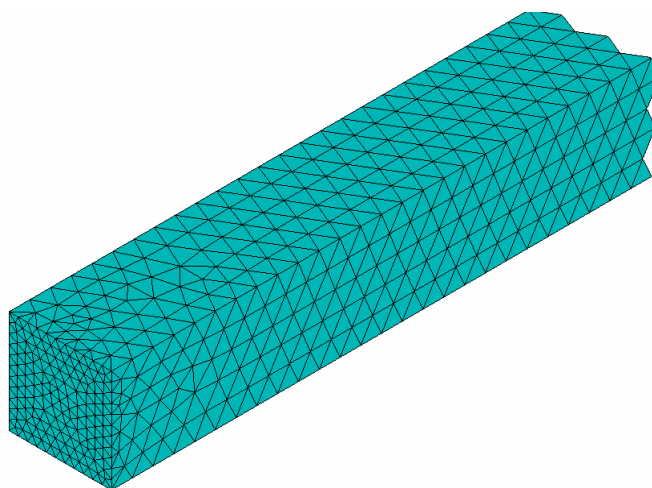


Рис. 8. Конечно-элементная модель акустического интерферометра (показана 1/8 часть)

вого трехмерного конечного элемента, описывающего упруго-динамические свойства газа.

2. Показана возможность использования изотропного трехмерного конечного элемента для описания упруго-динамических свойств газа, при этом физические константы элемента определены расчетом по полученным зависимостям, что позволяет задействовать ресурс программ типа Ansys и др. для решения трехмерных задач распространения и взаимодействия с преградами упругих волн.

3. Решена задача распространения звукового возмущения в АИ с использованием изотропного трехмерного конечного элемента с расчетными значениями физических констант. Для оценки возможности моделирования свойств газа проведено экспериментальное исследование распределения амплитуды звукового давления вдоль оси акустического

интерферометра. Результаты численного расчета хорошо соответствуют экспериментальным данным.

Библиографический список

1. Трибельский, И. А. Исследование нового осесимметричного конечного элемента для моделирования упруго-динамических свойств газа / И. А. Трибельский, В. В. Бохан // Омский научный вестник. — 2012. — № 1(107). — С. 150–158.
2. Расчетно-экспериментальные методы проектирования сложных резинокордных конструкций : моногр. / И. А. Трибельский [и др.]. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. — 240 с.
3. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич : пер. с англ. — М. : Мир, 1975. — 544 с.
4. Норри, Д. де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Ж. де Фриз : пер. с англ. — М. : Мир, 1981. — 304 с.

5. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд : пер. с англ. — М. : Мир, 1979. — 392 с.

6. Секулович, М. Метод конечных элементов / М. Секулович : пер. с серб. Ю. Н. Зуева ; под ред. В. Ш. Барбакадзе. — М. : Стройиздат, 1993. — 664 с.

Трибельский Иосиф Александрович, доктор технических наук, заместитель генерального директора по научной работе — главный конструктор по РТИ

Научно-производственного предприятия (НПП) «Прогресс».

БОХАН Владимир Викторович, младший научный сотрудник НПП «Прогресс», аспирант кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация» Омского государственного технического университета.

Адрес для переписки: progress120@mail.ru

Статья поступила в редакцию 06.08.2012 г.

© И. А. Трибельский, В. В. Бохан

УДК 534.2

**И. А. ТРИБЕЛЬСКИЙ
В. В. БОХАН
А. В. ЗУБАРЕВ
С. В. ПОПКОВ**

Научно-производственное
предприятие «Прогресс»,
г. Омск

Центральный научно-исследовательский
институт им. академика А. Н. Крылова,
г. Санкт-Петербург

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ПАНЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ АКУСТИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

В статье теоретически обоснован и предложен метод измерения звукоизоляции панелей с использованием акустического интерферометра, базирующийся на прямом измерении параметров акустических волн по обеим сторонам исследуемой панели по всей длине интерферометра. Проведено экспериментальное исследование звукоизоляции панели, выполненной в виде стального листа по предложенному методу. Разработана математическая, конечно-элементная модель акустического интерферометра («математический интерферометр»), описывающая динамические процессы, проходящие в интерферометре с панелью, включая резонансные явления в панели и в самом интерферометре.

Ключевые слова: акустический интерферометр, звукоизоляция, метод конечных элементов.

Существует метод измерения звукоизоляции образцов материала при нормальном падении звуковых волн с помощью импедансных труб производства фирмы «Брюль и Кьер» [1, 2]. Выпускаются импедансные трубы для измерения звукоизоляции образцов материала диаметром до 100 мм в широком диапазоне частот. Серийно выпускаемые импедансные трубы не позволяют проводить измерения звукоизоляции панелей реальных размеров (например, 800×800 мм). Недостатком метода измерений с помощью импедансных труб является также то, что метод требует дорогостоящего приборного обеспечения, а также математических расчетов в соответствии с принятой приближенной математической моделью четырехполюсника.

Предложенный в данной статье метод измерения звукоизоляции основан на прямом измерении параметров плоских акустических волн по длине акустического интерферометра с обеих сторон панели, помещенной посередине трубы интерферометра. Метод обладает простотой и наглядностью.

Исследования проводились на акустическом интерферометре (рис. 1), представляющем собой бетонную трубу квадратного сечения с внутренними размерами 800×800 мм и стенками толщиной 160 мм. По торцам труба закрыта массивными стенками. На одном из концов трубы размещен низкочастотный излучатель звука электродинамического типа с диффузором диаметром 400 мм. Для исключения низкочастотных помех акустический интерферометр (АИ) амортизирован с помощью пневматических резинокордных амортизаторов (АПРКу) с резинокордной оболочкой модели Н-103. Расстояние от излучателя до поверхности противоположного конца трубы составляет $L = 32,46$ м. На расстоянии $L_s = 15,511$ м от излучателя установлен исследуемый образец. В данной работе исследована заделанная по контуру стальная квадратная пластина со стороной 730 мм и толщиной 3 мм.

Сигнал «чистый тон» на излучатель подается с генератора анализатора спектра 3560-С-Х08 («Брюль и Кьер») через усилитель 2716-С («Брюль и Кьер»).

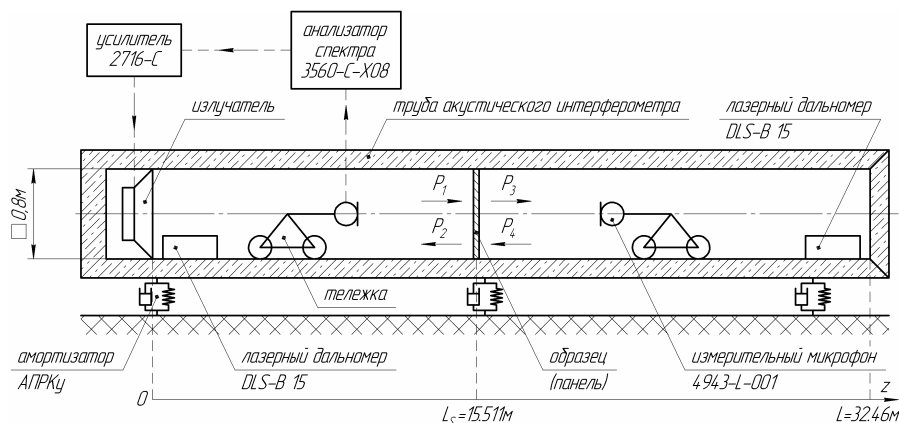


Рис. 1. Схема акустического интерферометра с установленным образцом

При этом в результате интерференции в зоне перед образцом образуется звуковое поле преимущественно стоячих волн. Часть энергии передается через образец в зону за образцом, где также образуется стоячая волна.

Звуковое давление внутри трубы измеряют с помощью измерительного микрофона 4943-L-001 («Брюль и Кьер») в заданном положении на оси волновода, затем микрофон перемещают вдоль оси трубы с заданным шагом. Перед каждой серией измерений микрофон калибруют с помощью калибратора 4231 («Брюль и Кьер»). Сигнал с микрофона поступает на вход анализатора спектра 3560-С-Х08. Звуковое давление определяется как спектральная составляющая узкополосного спектра соответствующей частоты. Положение микрофона измеряют с помощью лазерного дальномера DLS-B 15 (Dimetix, Швейцария).

Измерения в зоне перед образцом и в зоне за образцом выполняют последовательно: после завершения измерений в одной зоне микрофон и дальномер переставляют в другую.

Относительно распространяющихся звуковых волн АИ представляет собой волновод с жесткими стенками. Как отмечено в [3], на низких частотах (ниже первого поперечного резонанса волновода) могут распространяться только плоские волны. Неоднородные волны, возникающие при неоднородных граничных условиях, затухают очень быстро и ими пренебрегают. При этом звуковое поле в волноводе можно представить в виде гармонической функции.

С другой стороны, измерения в волноводе считают достаточно надежными, когда стоячая волна имеет не менее двух минимумов [4, 5].

Так, согласно [5], частотный диапазон волновода определяется соотношением:

$$\frac{c}{2L} \leq f \leq \frac{c}{2d}, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{\frac{nRT}{M}}$ — скорость звука в воздухе; $n = 1,4$ — показатель политропы для воздуха; $R = 8,31447$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура воздуха; $M = 0,0289644$ кг/моль — молярная масса воздуха; $L = 32,46$ м — длина АИ; $d = 0,08$ м — поперечный размер АИ; f — частота.

Таким образом, диапазон частот измерения звукового давления в АИ составляет 5 – 200 Гц.

Итак, в рабочем диапазоне частот в АИ распространяются только плоские волны. Будем рассматри-

вать колебательные процессы в линейной постановке, протекающие во времени по гармоническому закону.

Из линейности волнового уравнения следует принцип суперпозиции звуковых волн. Принцип этот позволяет представить поле звукового давления в произвольном сечении АИ как сумму прямой и обратной волн [5, 6]:

$$p(z, t) = \begin{cases} P_1 e^{-\beta(z-L_s)} e^{i[\omega t - k(z-L_s)]} + \\ + P_2 e^{\beta(z-L_s)} e^{i[\omega t + k(z-L_s)]}, & 0 < z < L_s \\ P_3 e^{-\beta(z-L)} e^{i[\omega t - k(z-L)]} + \\ + P_4 e^{\beta(z-L)} e^{i[\omega t + k(z-L)]}, & L_s < z < L \end{cases}, \quad (2)$$

где P_1, P_2 — амплитуды прямой и обратной волн в зоне перед образцом соответственно; P_3, P_4 — амплитуды прямой и обратной волн в зоне за образцом соответственно; β — коэффициент затухания в про-

странстве; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота; $k = \frac{\omega}{c}$ —

волновое число. В (2) предполагается, что начало координат $z = 0$ находится в плоскости излучателя, а ось z направлена от излучателя к образцу (рис. 1).

На низких частотах пространственное затухание в воздухе мало [7], поэтому далее будем полагать $\beta = 0$.

Используя формулу Эйлера и выполняя алгебраические преобразования, получим:

$$p(z, t) = \begin{cases} (P_1 + P_2) \cos \omega t \cos k(z - L_s) - \\ - (P_2 - P_1) \sin \omega t \sin k(z - L_s) + \\ + i \cos \omega t (P_2 - P_1) \sin k(z - L_s) + \\ + i \sin \omega t (P_1 + P_2) \cos k(z - L_s), & 0 < z < L_s \\ (P_3 + P_4) \cos \omega t \cos k(z - L) - \\ - (P_4 - P_3) \sin \omega t \sin k(z - L) + \\ + i \cos \omega t (P_4 - P_3) \sin k(z - L) + \\ + i \sin \omega t (P_3 + P_4) \cos k(z - L), & L_s < z < L \end{cases}. \quad (3)$$

Далее для проведения анализа отбрасываем мнимую часть, поскольку физический смысл имеет только вещественная часть [5].

Применяя формулу для косинуса суммы углов и выполняя преобразования, получим:

$$p(z, t) = \begin{cases} 2P_2 \cos \omega t \cos k(z - L_s) + \\ + (P_1 - P_2) \cos(\omega t - k(z - L_s)), \\ 0 < z < L_s \\ 2P_4 \cos \omega t \cos k(z - L) + \\ + (P_3 - P_4) \cos(\omega t - k(z - L)), \\ L_s < z < L \end{cases} \quad (4)$$

Первое слагаемое в этих выражениях относится к стоячей волне, а второе — к бегущей. Стоячая волна имеет узлы (рис. 2), где давление равно нулю, и пучности, где амплитуда звукового давления достигает наибольшего значения. Минимумы и максимумы давления бегущей волны перемещаются вдоль волновода с течением времени. Можно оценить амплитуду бегущей волны в зоне перед образцом при

$$k(z - L_s) = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots:$$

$$p(z, t) = (P_1 - P_2) \sin \omega t. \quad (5)$$

Амплитуду стоячей волны находим при $k(z - L_s) = 0, \pi, 2\pi, \dots$:

$$p(z, t) = (P_1 + P_2) \cos \omega t. \quad (6)$$

В зоне за образцом выражения для амплитуд аналогичны (5) и (6).

С помощью микрофона регистрируют амплитуду звукового давления в фиксированной точке на оси волновода, выражение для которой можно получить, взяв модуль выражения (3) и выполнив ряд несложных преобразований:

$$p_{\text{МИКР}}(z) = |p(z, t)| = \begin{cases} \sqrt{(P_1 + P_2)^2 \cos^2 k(z - L_s) + (P_1 - P_2)^2 \sin^2 k(z - L_s)}, \\ 0 < z < L_s \\ \sqrt{(P_3 + P_4)^2 \cos^2 k(z - L) + (P_3 - P_4)^2 \sin^2 k(z - L)}, \\ L_s < z < L \end{cases} \quad (7)$$

Это означает, что измерив наибольшее $\max p_{\text{МИКР}}(z)$ и наименьшее $\min p_{\text{МИКР}}(z)$ значения амплитуды звукового давления, из выражения (7) можно получить величины амплитуд прямой и обратной волны в обеих зонах интерферометра:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s} + \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{2} \\ P_2 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s} - \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{2} \\ P_3 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L} + \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}{2} \\ P_4 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L} - \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}{2} \end{cases} \quad (8)$$

Здесь $\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}$, $\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}$ — наибольшие значения амплитуды звукового давления в зоне перед образцом и в зоне за образцом соответственно; $\min p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}$, $\min p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}$ — наименьшие значения амплитуды звукового давления в зоне перед образцом и в зоне за образцом соответственно.

Для реальных панелей значения амплитуд прямых и обратных волн близки, т. е. в зоне перед образцом амплитуда бегущей волны мала, а в зоне за образцом пренебрежимо мала. Это заключение подтверждается экспериментальными данными, приведенными, например, на рис. 3, из которого видно, что $\min p_{\text{МИКР}}(z) \approx 0$. На основании сказанного выражение (8) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{2} \\ P_3 = P_4 = \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}{2} \end{cases} \quad (9)$$

Звукоизоляция образца равна разности уровней интенсивности падающей и прошедшей волн [5]:

$$ЗИ = 10 \cdot \lg J_{\text{ПАД}} - 10 \cdot \lg J_{\text{ПРО}}, \quad (10)$$

где $J_{\text{ПАД}} = \frac{P_1^2}{\rho c}$ — интенсивность звука в падающей

на образец волне; $J_{\text{ПРО}} = \frac{P_3^2}{\rho c}$ — интенсивность звука

в прошедшей через образец волне; $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$ — плотность воздуха; p_0 — атмосферное давление.

Тогда (10) можно записать так:

$$ЗИ = 20 \cdot \lg \frac{P_1}{P_3}, \quad (11)$$

а с учетом (8) имеем:

$$ЗИ = 20 \cdot \lg \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s} + \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L} + \min p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}. \quad (12)$$

В том случае, когда величиной бегущей волны можно пренебречь, звукоизоляцию образца можно определять так:

$$ЗИ = 20 \cdot \lg \frac{P_1}{P_3} = 20 \cdot \lg \frac{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}. \quad (13)$$

Для подтверждения применимости предлагаемого метода в определении звукоизоляции образца на низких частотах с помощью АИ проведено экспериментальное исследование распределения амплитуды звукового давления вдоль оси АИ и проведен расчет распределения давления в АИ с использованием трехмерного конечного элемента, разработанного по аналогии с [8].

Суть схемы измерения амплитуды звукового давления в АИ с панелью ясна из рис. 1.

Измерения выполнены при возбуждении чистым тоном на частотах, соответствующих среднегеометрическим частотам третьоктавного ряда: 5; 6,5; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200 Гц. Положение микрофона меняли с шагом, составляющим ~118 мм.

Специально для этого эксперимента разработана программа, оформленная как надстройка основной программы LabShop, и обеспечивающая автоматическое переключение генератора на следующую

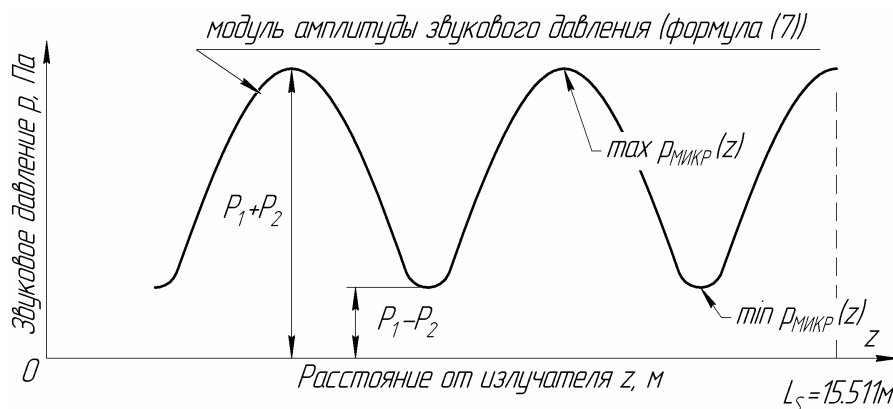


Рис. 2. Распределение амплитуды звукового давления вдоль оси АИ

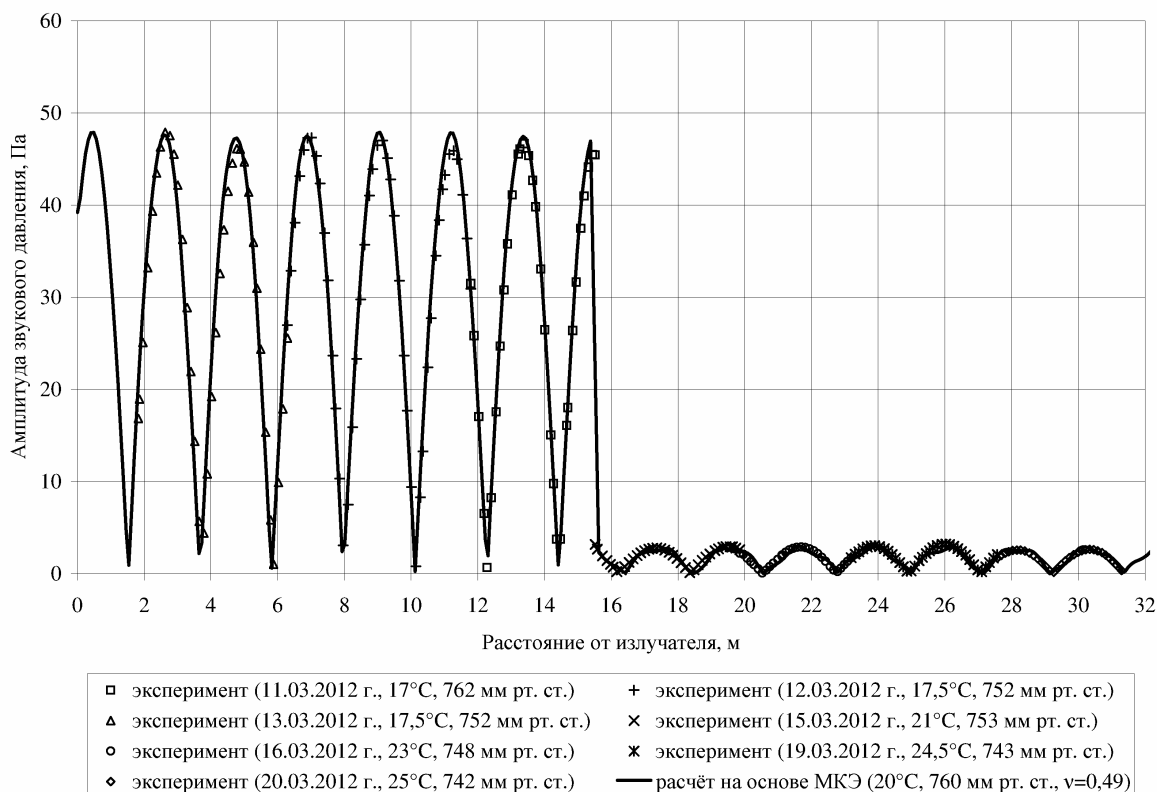


Рис. 3. Распределение амплитуды звукового давления в стоячих волнах вдоль оси АИ при возбуждении на частоте 80 Гц

частоту заданного ряда частот, ожидание установления звукового поля в АИ в течении 5 секунд, измерение значения спектра быстрого преобразования Фурье на текущей частоте генератора с усреднением по выборке заданного объема.

В процессе измерений фиксировались атмосферное давление и температура внутри АИ: наибольшее изменение температуры составило 8 °С, наибольшее изменение атмосферного давления составило 20 мм рт. ст.

На рис. 3 приведен в качестве примера график распределения амплитуды звукового давления вдоль АИ при частоте возбуждения 80 Гц. Следует иметь в виду, что начало координат находится в плоскости излучателя.

Затем было проведено более подробное исследование, при котором измерения выполнены при возбуждении чистым тоном на частотах от 40 Гц до 180 Гц с шагом 4 Гц. Атмосферное давление и температура внутри АИ изменялись, но фиксировались:

наибольшее изменение температуры 3 °С, атмосферного давления 18 мм рт. ст.

Далее, на каждой частоте исследования были определены амплитуды звукового давления в зонах перед образцом $\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_5}$ и за ним $\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_5 < z < L}$. По этим данным определена звукоизоляция образца по формуле (13), поскольку, судя по близким к нулю минимумам стоячей волны, величиной бегущей волны можно пренебречь. Совместный график звукоизоляции (от 5 Гц до 40 Гц и на 200 Гц по первой серии измерений, остальные частоты по второй серии) приведен на рис. 4. Там же приведены данные расчета по методу конечных элементов звукоизоляции образца из стали толщиной 3 мм. Упруго-динамические свойства воздуха моделируются с использованием трехмерного конечного элемента. Панель моделируется изотропными конечными элементами со свойствами стали.

Геометрические размеры конечно-элементной модели соответствуют номинальным размерам внут-

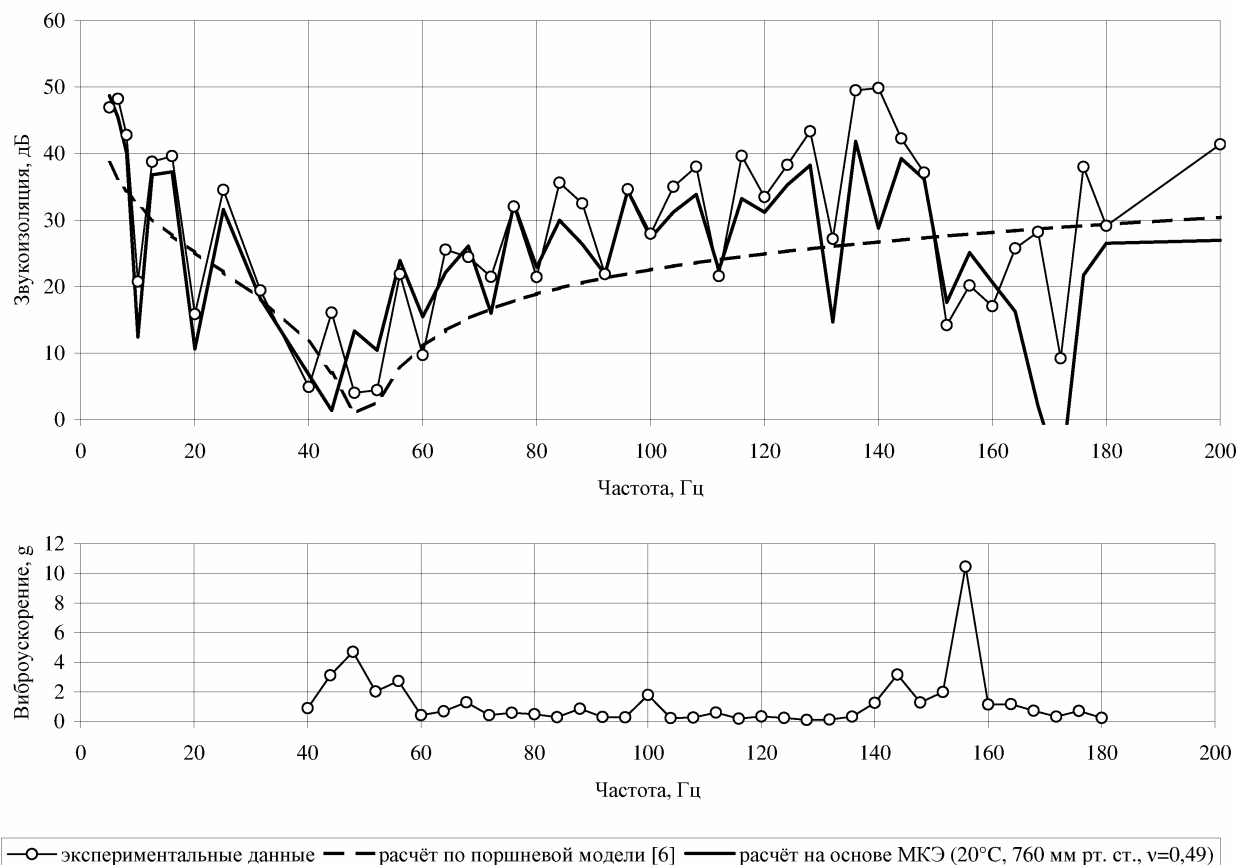


Рис. 4. Зависимость звукоизоляции и виброускорения в центре образца от частоты

ренного объема АИ. Модель содержит 177 282 узлов, 160 400 элементов. Перемещение узлов на боковых продольных поверхностях модели, а также на одной из двух торцевых поверхностей, ограничено только по нормали к соответствующим поверхностям. Узлы на противоположной относительно упомянутой выше торцевой поверхности модели смещаются по гармоническому закону вдоль продольной оси модели. Такое граничное условие соответствует поршню в трубке.

Порядок расчета аналогичен [8].

Образец описан изотропными конечными элементами, которые расположены в один слой толщиной 3 мм. Как и в эксперименте, образец удален от излучающей торцевой поверхности на расстояние 15,511 м. Принадлежащие конечным элементам стальной панели узлы, расположенные по контуру, закреплены по всем направлениям, т.е. защемлены.

Поскольку изменение атмосферного давления и температура внутри АИ незначительно, то расчет проведен для одного набора параметров: температура 20°C, атмосферное давление 760 мм рт. ст. Значение коэффициента Пуассона для КЭ, моделирующих воздух, принято 0,49.

Результаты расчетов представлены на рис. 3, 4. Как видим, результаты расчета с достаточной точностью соответствуют экспериментальным данным.

В серии измерений при возбуждении чистым тоном на частотах от 40 Гц до 180 Гц с шагом 4 Гц дополнительно измерены значения виброускорения в центре стальной пластины, эти экспериментальные данные приведены на рис. 4. Они объясняют спады на графике звукоизоляции вблизи 50 Гц и 160 Гц, поскольку на этих частотах наблюдаются резонансы

панели по «поршневой» и близкой к «поршневой» формам колебаний, характеризующиеся максимальным ускорением и перемещениями в центральной части панели. Наличие резонансов «поршневой» формы вблизи 50 и 160 Гц подтверждается также расчетами, проведенными в программе SolidWorks/Cosmos.

На рис. 4 дополнительно приведен график звукоизоляции стальной пластины толщиной 3 мм, рассчитанной по «поршневой» модели [5] без учета потерь в материале пластины:

$$ЗИ = 10 \cdot \lg \left[1 + \left(\frac{\pi f m_{пл}}{\rho c} \right)^2 \left(1 - \frac{f_{р.пл}^2}{f^2} \right)^2 \right], \quad (14)$$

где $m_{пл} = \rho_{пл} \times h$ — поверхностная масса пластины; $\rho_{пл} = 7800 \text{ кг/м}^3$ — плотность материала пластины (сталь); h — толщина пластины; $f_{р.пл} = 49,4 \text{ Гц}$ — первая собственная частота заделанной по контуру стальной пластины толщиной 3 мм, вычисленная по [9].

Приведенные на рис. 4 графики звукоизоляции образца показывает хорошее совпадение расчета с экспериментом, подтверждая применимость предлагаемого метода измерения и работоспособность конечно-элементной расчетной модели.

Воздушные объемы в АИ могут резонировать на частотах:

— в зоне перед образцом

$$f_{p1} = n \frac{c}{2L_s}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (15)$$

$f_{p1} = 11,1; 22,2; 33,2; 44,3; 55,4; 66,5; 77,6; 88,7; 99,7; 110,8; 121,9; 133,0; 144,1; 155,2; 166,2; 177,3; 188,4; 199,5 \text{ Гц};$

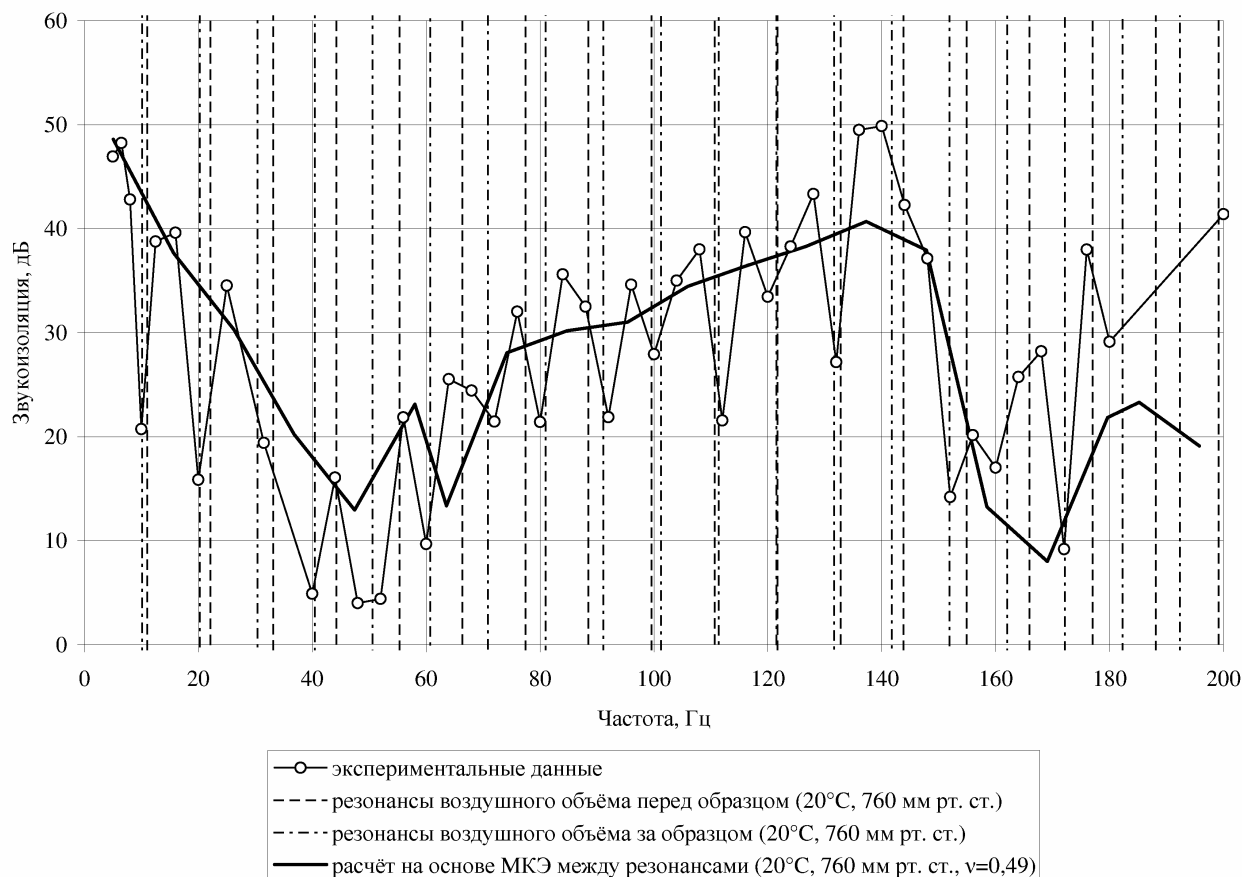


Рис. 5. Звукоизоляция образца (стальная пластина толщиной 3 мм) в зависимости от частоты

— в зоне за образцом

$$f_{p2} = m \frac{c}{2(L - L_s)}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (16)$$

$f_{p2} = 10,1; 20,3; 30,4; 40,6; 50,7; 60,9; 71,0; 81,1; 91,3; 101,4; 111,6; 121,7; 131,9; 142,0; 152,1; 162,3; 172,4; 182,6; 192,7$ Гц.

На резонансных частотах амплитуда звукового давления значительно возрастает и измерения затруднены. Для получения частотной характеристики звукоизоляции образца, частоты воздействия желательно выбирать таким образом, чтобы максимально отдалить их от резонансных, определенных согласно (15) и (16). В данном методе предлагается частоты выбирать посередине между двумя соседними резонансными частотами.

На рис. 4 видно, что звукоизоляция, определенная по формуле (12), зависит от резонансов воздушных объемов. Поэтому измерений на резонансных частотах следует избегать.

Чтобы показать возможность исключения влияния резонансов воздушных объемов, выполнен расчет по описанной модели на частотах, равноудаленных от двух соседних резонансов. Результаты этого расчета приведены на рис. 5.

При оценке достоверности предлагаемого метода измерения звукоизоляции необходимо учитывать как инструментальную, так и методическую погрешности. Инструментальные погрешности — это погрешности генератора, усилителя, излучателя, микрофона, анализатора спектра, дальномера. Эти погрешности оцениваются известными методами по метрологическим характеристикам средств измерений [10].

Большой интерес представляет оценка методической погрешности, которая возникает, например, при допущении равенства нулю амплитуды звукового давления в бегущей волне.

При этом допущении звукоизоляция образца $ЗИ$ определяется по (13), а погрешность результата измерений звукоизоляции образца $\Delta_{ЗИ}$ равна [11, 12]:

$$\Delta_{ЗИ} = \Delta P_1 \cdot \left| \frac{\partial ЗИ}{\partial P_1} \right| + \Delta P_3 \cdot \left| \frac{\partial ЗИ}{\partial P_3} \right|, \quad (17)$$

или, с учетом (13),

$$\Delta_{ЗИ} = \frac{20}{\ln 10} \left[\frac{\Delta P_1}{P_1} + \frac{\Delta P_3}{P_3} \right], \quad (18)$$

где ΔP_1 и ΔP_3 — абсолютная погрешность измерения амплитуды звукового давления в зоне перед образцом и за ним соответственно.

В (18) отношения в скобках суть относительные погрешности δ_1 и δ_3 измерения амплитуды звукового давления в зоне перед образцом и за ним соответственно. Сопоставляя (8) и (9):

$$\begin{cases} \delta_1 = \frac{\Delta P_1}{P_1} = \frac{\min p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}}{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{0 < z < L_s}} = \frac{1}{N_1} \\ \delta_3 = \frac{\Delta P_3}{P_3} = \frac{\min p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}}{\max p_{\text{МИКР}}(z)|_{L_s < z < L}} = \frac{1}{N_3} \end{cases} \quad (19)$$

Здесь N_1, N_3 — коэффициенты стоячих волн в зоне перед образцом и в зоне за образцом соответственно.

Полагая, что звукопоглощение образца определяется только отражением, согласно [5], имеем:

$$\begin{cases} 1 - \varepsilon_{OBR} = \frac{4N_1}{1 + 2N_1 + N_1^2} \\ 1 - \varepsilon_{CT} = \frac{4N_3}{1 + 2N_3 + N_3^2} \end{cases}, \quad (20)$$

где $\varepsilon_{OBR} = 1 - \frac{1}{r_{OBR}}$ — коэффициент отражения звука

от образца; $r_{OBR} = 10^{\frac{3I}{10}}$ — коэффициент звукоизоляции образца; $\varepsilon_{CT} = 1$ — коэффициент отражения звука от толстой жесткой стенки на конце АИ.

Перепишем теперь с учетом (20) выражение (19):

$$\begin{cases} \delta_1 = \left[10^{\frac{3I}{5}} + \sqrt{10^{\frac{3I}{10}} - 1} \right]^{-2} \\ \delta_3 = 0 \end{cases}. \quad (21)$$

Окончательно оценим рассмотренную методическую погрешность измерения звукоизоляции по наибольшему отклонению (подстановка (19) — (21) в (18)):

$$\Delta_{3I} = \frac{20}{\ln 10} \left[10^{\frac{3I}{5}} + \sqrt{10^{\frac{3I}{10}} - 1} \right]^{-2}. \quad (22)$$

Из (22) видно, что погрешность обратно пропорциональна уровню звукоизоляции образца. Значения этой погрешности при различных уровнях звукоизоляции образца равны:

при $3I = 10$ дБ; $\Delta_{3I} = 0,229$ дБ, что составляет 2,6 %,
при $3I = 15$ дБ; $\Delta_{3I} = 0,070$ дБ, что составляет 0,8 %,
при $3I = 20$ дБ; $\Delta_{3I} = 0,022$ дБ, что составляет 0,25 %,
при $3I = 25$ дБ; $\Delta_{3I} = 0,007$ дБ, что составляет 0,08 %,
при $3I = 30$ дБ; $\Delta_{3I} = 0,002$ дБ, что составляет 0,03 %.

Следовательно, для реальных панелей исследованная погрешность сравнительно мала.

Таким образом, в статье теоретически обоснован и предложен метод измерения звукоизоляции панелей с использованием акустического интерферометра, базирующийся на прямом измерении параметров акустических волн по обеим сторонам исследуемой панели.

Проведено экспериментальное исследование звукоизоляции панели, выполненной в виде стального листа по предложенному методу. Результаты экспериментальных исследований сопоставлены с данными расчетов, проведенными различными методами. Установлено, что исследуемую панель целесообразно устанавливать посередине длины интерферометра, а частоты возбуждающих сигналов выбирать посередине между двумя соседними резонансами воздушного объема интерферометра.

Разработана математическая, конечно-элементная модель акустического интерферометра («математический интерферометр»), адекватно, с высокой точностью описывающая динамические процессы, проходящие в интерферометре с панелью, включая резонансные явления в панели и в самом интерферометре, и позволяющая исследовать расчетным путем звукоизоляцию панелей различных конструкций, а также влияние на звукоизоляцию панелей их размеров, формы, свойств материалов и способов закрепления.

Показано, что звукоизоляция панели снижается не только на первой резонансной частоте при так называемой «поршневой» форме колебаний, но также и на других резонансных частотах, формы колебаний которых близки к «поршневой», характеризующейся максимальной амплитудой колебаний панели в ее центральной части.

Библиографический список

1. O. Olivieri, J.S. Bolton, T. Yoo. Measurement of transmission loss of materials using a standing wave tube // Proceedings from INTER-NOISE 2006, Honolulu, Hawaii, USA, 2006, vol. 8, p. 5285.
2. J.S. Bolton, T. Yoo, O. Olivieri. Measurement of normal incidence transmission loss and other acoustical properties of materials placed in a standing wave tube // Technical Review. Brel & Kt. № 1, 2007. pp. 1–44.
3. Скучик, Е. Основы акустики. В 2 т. Т. 1 : пер. с англ. / Е. Скучик ; под ред. А. М. Лямшева. — М. : Мир, 1976. — 520 с.
4. ISO 10534-1 Acoustics — Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes — Part 1: Method using standing wave ratio.
5. Боголепов, И. И. Промышленная звукоизоляция / И. И. Боголепов — Л. : Судостроение, 1986. — 368 с.
6. Акустика в задачах / под ред. С. Н. Гурбатова, О. В. Руденко. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2009. — 336 с.
7. ГОСТ 31295.1-2005. Шум. Затухание звука при распространении на местности. Часть 1. Расчет поглощения звука атмосферой. — М. : Стандартинформ, 2005. — 34 с.
8. Трибельский, И. А. Исследование нового осесимметричного конечного элемента для моделирования упруго-динамических свойств газа / И. А. Трибельский, В. В. Бохан // Омский научный вестник. — 2012. — № 1(107). — С. 150–158.
9. Бидерман, В. Л. Прикладная теория механических колебаний : учеб. пособие для вузов / В. Л. Бидерман. — М. : Высшая школа, 1972. — 416 с.
10. ГОСТ 8.207 — 76. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. — М. : Стандартинформ, 2006. — 7 с.
11. Клаассен, К. Основы измерений. Датчики и электронные приборы: учеб. пособие / К. Клаассен. — 3-е изд. — Долгопрудный : Интеллект, 2008. — 352 с.
12. Бурдун, Г. Д. Основы метрологии : учеб. пособие для вузов / Г. Д. Бурдун, Б. Н. Марков. — 3-изд., перераб. — М. : Изд-во стандартов, 1985. — 256 с.

Трибельский Иосиф Александрович, доктор технических наук, заместитель генерального директора по научной работе — главный конструктор по РТИ Научно-производственного предприятия (НПП) «Прогресс».

Бохан Владимир Викторович, младший научный сотрудник НПП «Прогресс», аспирант кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация» Омского государственного технического университета.

Зубарев Александр Викторович, кандидат технических наук, генеральный директор НПП «Прогресс».

Попков Сергей Владимирович, доктор технических наук, старший научный сотрудник, начальник лаборатории ЦНИИ им. академика А. Н. Крылова. Адрес для переписки: progress120@mail.ru

Статья поступила в редакцию 06.08.2012 г.

© И. А. Трибельский, В. В. Бохан, А. В. Зубарев, С. В. Попков

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РЕЗИНОКОРДНОГО ПАТРУБКА ДЛЯ СИСТЕМ ВИБРОЗАЩИТЫ ТРУБОПРОВОДОВ

В работе проведено исследование и анализ напряженно-деформированного состояния напорно-всасывающего резинокордного патрубка от действия избыточного давления. Методом конечных элементов, реализованным программой SolidWorks Simulation 2009, получены и проанализированы эпюры напряженного состояния патрубка.

Ключевые слова: резинокордный патрубок, трубопровод, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, напряжения, деформации.

Резинокордные патрубки на основе армированных оболочек предназначены для установки в трубопроводы виброзащитных систем в качестве гибких вставок с целью компенсации деформаций, возникающих в трубопроводах и уменьшения уровня вибраций, передаваемых по ним. В зависимости от действующих нагрузок патрубки подразделяются на напорно-всасывающие (для всасывания и нагнетания рабочих жидкостей — работа в условиях вакуума и избыточного давления во внутренней полости патрубка) и напорные (для нагнетания рабочих жидкостей — работа в условиях избыточного давления).

Целью настоящей работы является исследование и анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) напорно-всасывающего резинокордного патрубка от действия избыточного давления.

В качестве расчетной модели примем прямую цилиндрическую резинокордную оболочку, закрепленную между фланцами патрубка. Патрубок представляет собой резинокордную оболочку, которая имеет определенное число слоев резинокорда, с внутренней стороны вакуумную вставку, а с наружной стороны покрытым слоем резины. С торцов патрубка имеются металлические фланцы для крепления (рис. 1).

В общем случае патрубок состоит из следующих частей:

- резинокордная оболочка (РКО) на основе высокопрочного синтетического корда;
- вакуумная вставка, служащая для восприятия нагрузок каркаса оболочки при разряжении давления во внутренней полости патрубка;
- фланцы крепления и крепежные изделия.

В качестве армирующих нитей патрубка используется корд Русар-75, механические свойства которого приведены в табл. 1. В качестве связующего резинокорда используется резина с механическими свойствами, приведенными в табл. 2.

Модель элементарного сегмента ортотропного материала, которая будет использоваться для расчета многослойной анизотропной оболочки [1], изобра-

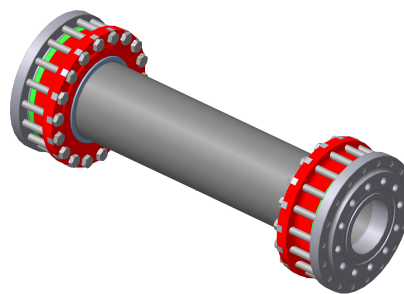


Рис. 1. Патрубок резинокордный

жена на рис. 2. Направление основных осей: ОХ — по направлению армирующих нитей, ОУ — в окружном направлении (для цилиндрической оболочки), ОZ — в радиальном направлении.

Для расчета напряженно-деформированного состояния патрубка усредним механические характеристики одного армирующего слоя. Модуль продольной упругости для ортотропного материала определим методом Фойхта [1]:

$$E_1 = (1 + (n - 1)\varphi)E_p,$$

где $n = \frac{E_k}{E_p}$ — интенсивность армирования;

E_k — модуль упругости корда;

E_p — модуль упругости резины;

φ — коэффициент армирования.

Усредненный модуль упругости в области изотропии имеет вид:

$$E_2 = \frac{(1 + (n - 1)\varphi)E_k}{(\varphi + n(1 - \varphi))(1 + (n - 1)\varphi) - (nv_p - v_k)^2 \varphi(1 - \varphi)},$$

где v_p — коэффициент Пуассона для резины;

v_k — коэффициент Пуассона для корда.

В качестве примера рассмотрим напорно-всасывающий патрубок, который находится под давлением

Механические свойства корда Русар-75

Таблица 1

Наименование показателя	Норма для нити
Модуль упругости, МПа (кгс/мм ²)	135000 (13800)
Разрывная нагрузка нити, Н (кгс)	735 (75)
Удлинение при разрыве, % — нити 58,8 текст — нити 58,8×2×3	2,7 4,5–7,0
Модуль растяжения при 1 %-ном удлинении, МПа	35000–45000
Плотность, кг/м ³	1450
Прочность при растяжении, МПа	2650
Толщина нити, мм	0,6±0,5

Механические свойства резины

Таблица 2

Наименование показателя	Норма для нити
Условное напряжение при 300 % удлинении, МПа	9,87
Условная прочность при разрыве, МПа	22,82
Относительное удлинение, %	525
Коэффициент Пуассона	0,49
Плотность, кг/м ³	1150

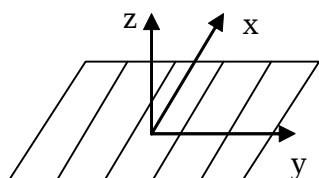


Рис. 2. Модель элементарного сегмента ортотропного материала

4,0 МПа. В резинокордном слое шириной $l = 100$ мм и высотой $h = 1,1$ мм укладывается 75 нитей корда диаметром $d = 0,6$ мм (рис. 3). Коэффициент армирования, равный отношению площади нитей армирования к общей площади слоя, равен:

$$\varphi = \frac{\pi d^2 n}{4hl} = 0,193.$$

При относительном удлинении ε в резине возникают напряжения σ , равные 9,87 МПа. Тогда модуль упругости резины

$$E_p = \frac{\sigma}{\varepsilon} = 3,3 \text{ МПа}.$$

Для значения модуля упругости для корда Русар-75 (табл. 2) величины интенсивности армирования и усредненного модуля продольной упругости резинокорда в направлении армирования будут равны соответственно:

$$n = 40909; E_l = 26058 \text{ МПа}.$$

Тогда усредненный модуль упругости в области изотропии при $\nu_p = 0,49$ и $\nu_k = 0,45$ составит $E_2 = 5,38$.

Коэффициент Пуассона для анизотропного материала в направлении армирования найдем по формуле [1]:

$$\nu_{cp} = \nu_p(1 - \varphi) + \nu_k \varphi.$$

Тогда $\nu_{cp} = 0,48$.

Коэффициенты Пуассона по двум другим направлениям примем равными $\nu_p = 0,49$.

Плотность полосы резинокорда, состоящего из нитей корда Русар-75 с плотностью $\rho_k = 1450$ кг/м² и резины плотностью $\rho_p = 1150$ кг/м², находим из выражения

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{m_k + m_p}{V_k + V_p},$$

где m_k и m_p — массовые доли корда и резины соответственно,

$V_{k,p} = S_{k,p} L$ — объемные доли корда и резины соответственно,

$S_{k,p}$ — площадь поперечного сечения корда и резины соответственно,

L — длина полосы резинокорда.

Тогда

$$\rho = \frac{\rho_k S_k L + \rho_p S_p L}{L(S_k + S_p)} = \rho_k \frac{S_k}{S_k + S_p} + \rho_p \frac{S_p}{S_k + S_p},$$

где $\varphi = \frac{S_k}{S_k + S_p}$ — коэффициент армирования.

После соответствующих преобразований получим величину массовой плотности для резинокорда:

$$\rho = \rho_k \varphi + \rho_p (1 - \varphi) = 1207,9 \text{ кг/м}^2.$$

Резинокордный патрубок представляет собой конструкцию, состоящую из восьми слоев ортотропного материала с чередованием угла наклона армирующих нитей к образующей цилиндра: $+52^\circ$ и -52° для слоев с 1 по 4; $+54^\circ$ и -54° для слоев с 5 по 8. В качестве граничных условий принимаем закрепление фланцев по всем трем осям и свободный поворот фланцев. В качестве нагрузки принимаем разрывание в 4 МПа, равномерно распределенное по всей поверхности оболочки. Модель оболочки резино-

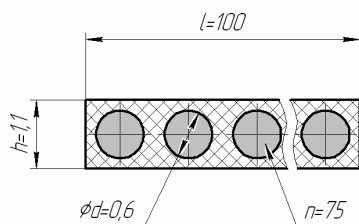


Рис. 3. Резинокордный слой оболочки патрубка

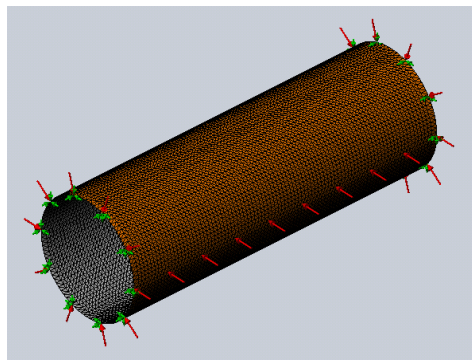


Рис. 4. Расчетная модель резинокордного патрубка с конечно-элементной сеткой и граничными условиями

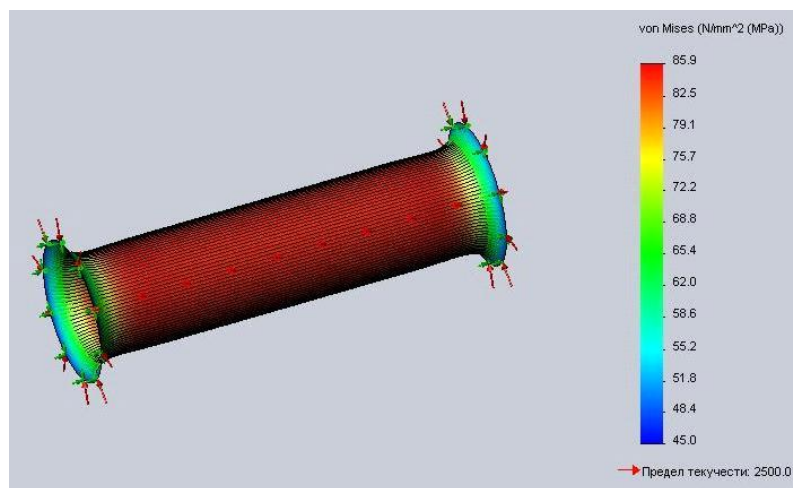
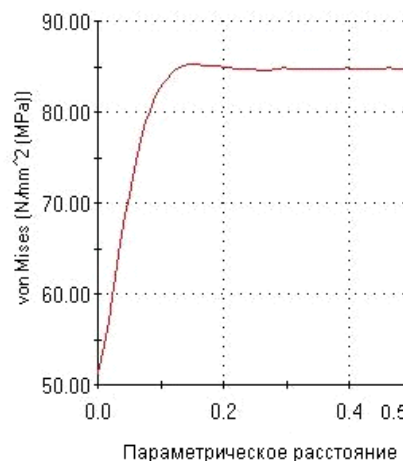


Рис. 5. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для первого слоя



кордного патрубка с конечно-элементной сеткой и граничными условиями приведена на рис. 4.

Методом конечных элементов, реализованным программой SolidWorks Simulation 2009, получены эпюры НДС патрубка: распределение мембранных напряжений по всем слоям с учетом направления армирования; распределение результирующих напряжений для оболочки патрубка в целом; результирующих перемещений; радиальных перемещений; результирующих относительных деформаций и относительных деформаций в направлении наиболее нагруженного слоя оболочки [2]. Эпюры приведены в глобальной системе координат (ось X имеет радиальное направление относительно оболочки, ось Y — окружное, ось Z — осевое).

Проанализируем распределение мембранных напряжений отдельно для каждого слоя с учетом направления армирования: первый слой — внутренний, восьмой — наружный. Кроме того, выполнен расчет и построены зависимости распределения напряжений по образующей цилиндрической оболочки патрубка. Анализ НДС патрубка показал, что наиболее нагруженными является седьмой и восьмой слой резинокорда. Наибольшие напряжения в седьмом слое достигают величины в 95,2 МПа на параметрическом расстоянии 0,05 от торцевой кромки, что соответствует 36 мм. Появление скачков напряжения обусловлено характером закрепления фланцев цилиндрической оболочки (перемещения по всем осям отсутствуют), следовательно, имеют место изгибающие моменты как следствие краевого эффекта.

На рис. 5–8 в качестве примера приведены эпюры напряжений и распределение напряжений по образующей для первого, четвертого, пятого и восьмого слоев оболочки патрубка. Можно отметить следующее: чем глубже залегает слой (ближе к оси оболочки), тем меньше становится величина напряжений от краевого эффекта, поскольку слой как бы «опирается» на предыдущие слои. В центральной части патрубка наиболее нагруженным является первый (внутренний) слой и пятый, где напряжения достигают 86,5 МПа. Также можно отметить (рис. 6, 7), что характер распределения напряжений по образующей цилиндрической оболочки четвертого и пятого слоев существенно различаются, поскольку угол наклона армирующих нитей меняется с 52° на 54°. При этом в пятом слое (54°) наблюдается увеличение напряжений, как в зоне краевого эффекта, так и центральной части оболочки. Все эти аспекты необходимо учитывать при проектировании конструкций армированных оболочек резинокордных патрубков.

При эксплуатации патрубка возможны свободные перемещения его фланцев в осевом направлении. Это учитывается изменением граничных условий для одного из торцов оболочки. Проанализировав полученные при этом эпюры напряжений (рис. 9–12), можно сделать вывод, что характер распределения напряжений по слоям оболочки патрубка не отличается от случая с постоянным межфланцевым расстоянием патрубка. Наиболее нагруженными при этом также являются седьмой и восьмой (рис. 12) слои

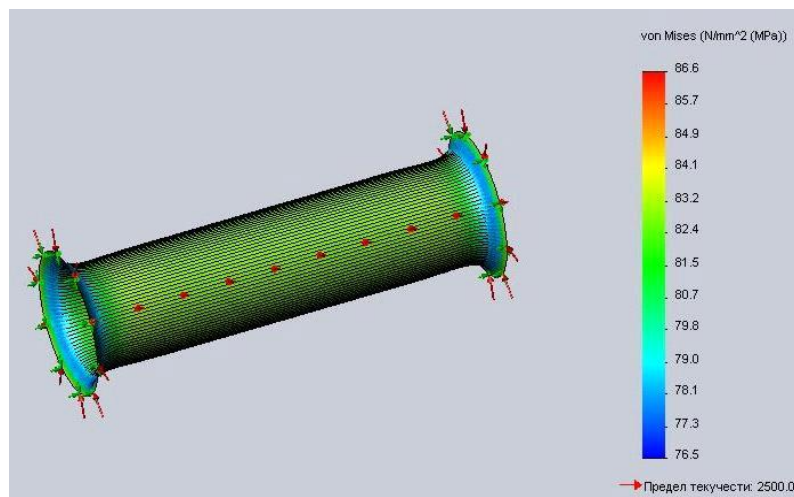


Рис. 6. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для четвертого слоя

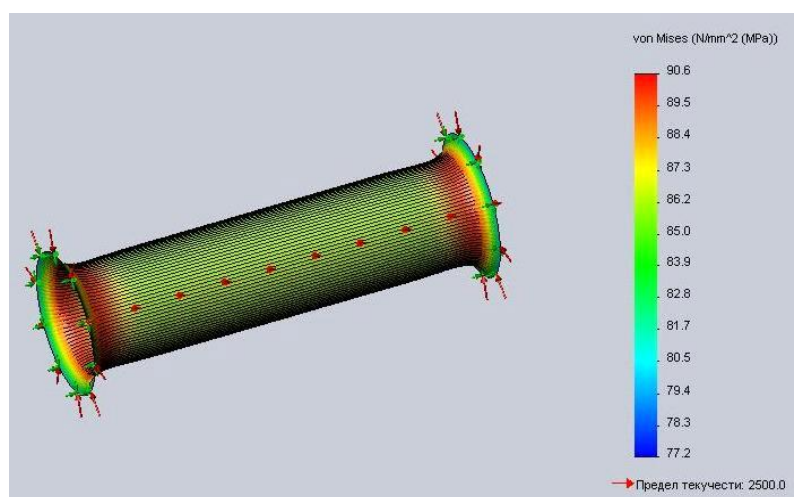


Рис. 7. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для пятого слоя

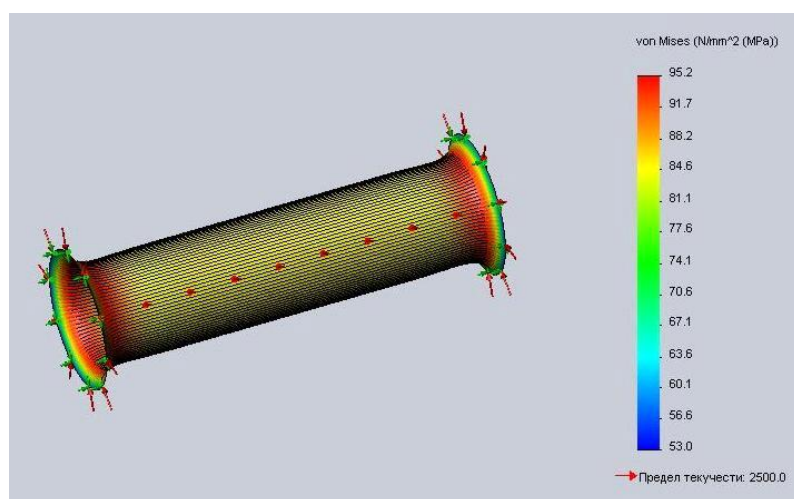


Рис. 8. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для восьмого слоя

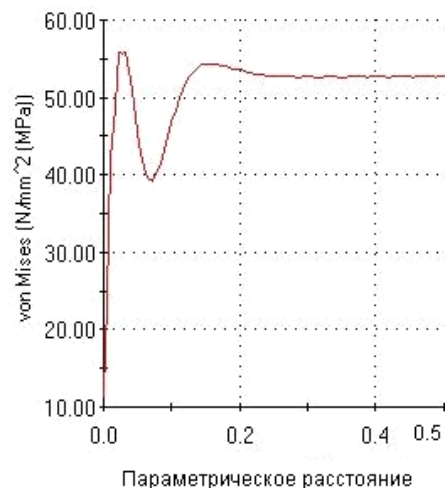
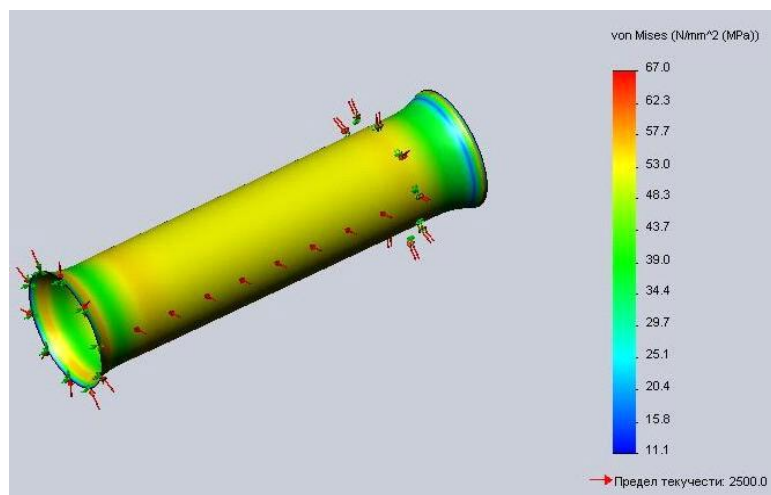


Рис. 9. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для первого слоя при свободном осевом перемещении одного из фланцев

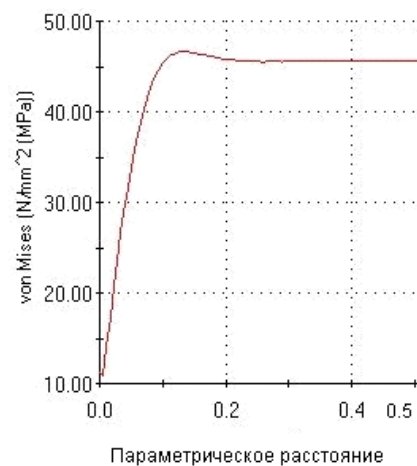
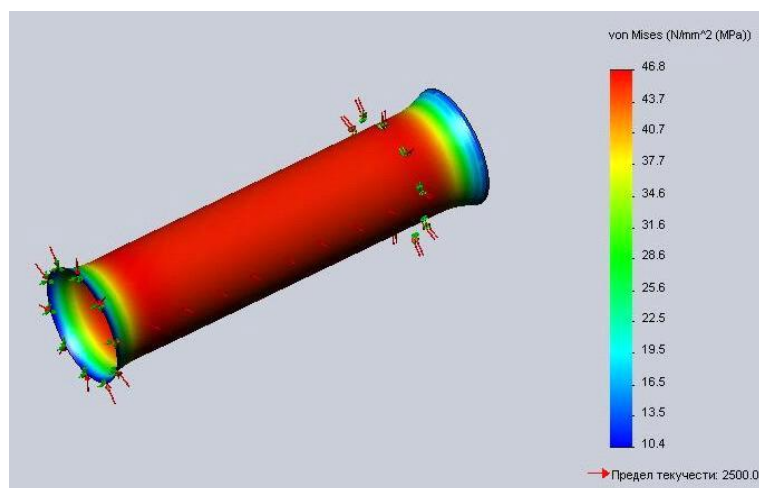


Рис. 10. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для четвертого слоя при свободном осевом перемещении одного из фланцев

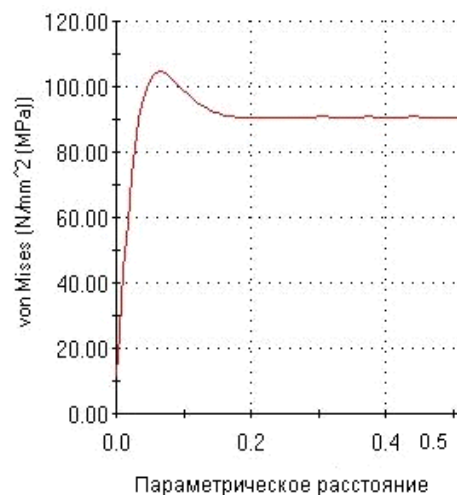
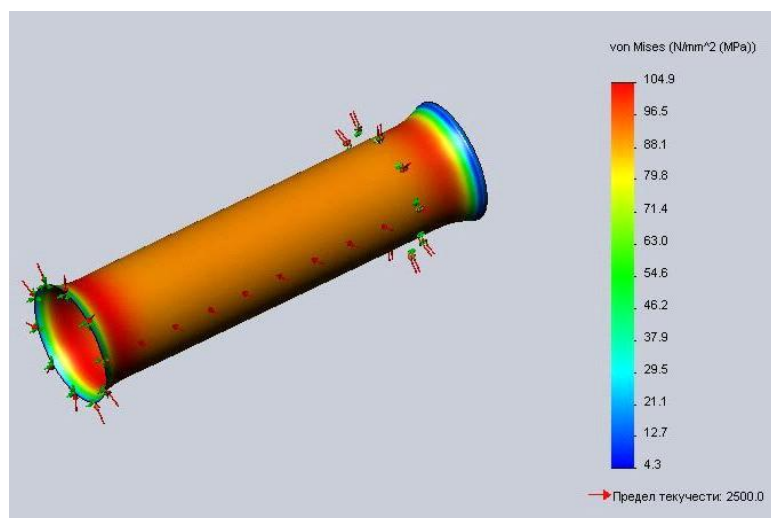


Рис. 11. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для пятого слоя при свободном осевом перемещении одного из фланцев

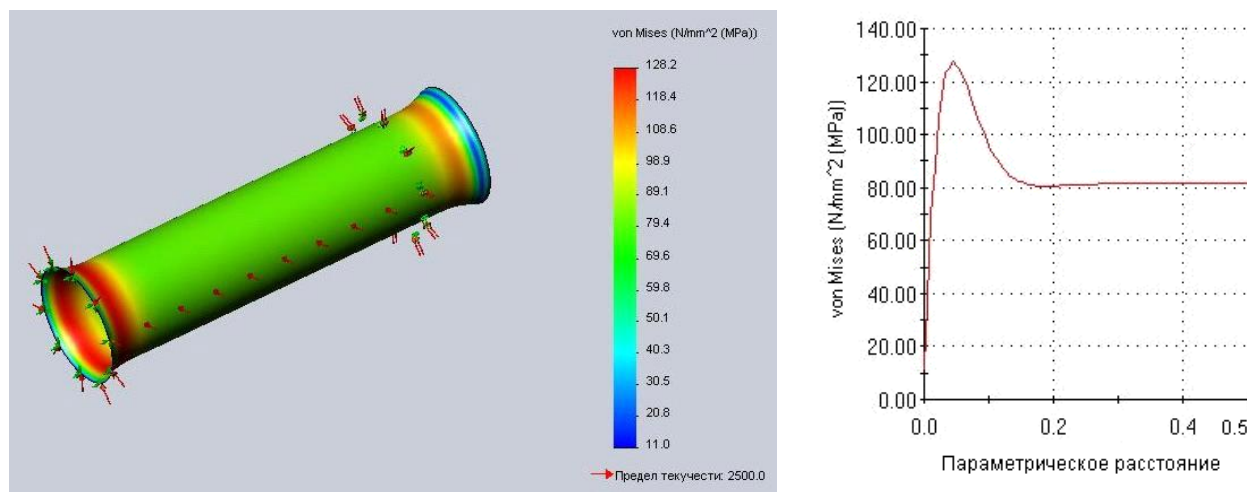


Рис. 12. Эпюра напряжений и распределение напряжения по образующей для восьмого слоя при свободном осевом перемещении одного из фланцев

резинкорда. Наибольшие напряжения в слоях концентрируются в зоне краевого эффекта у закрепленной кромки фланца патрубка. Как видно из рис. 12, напряжения достигают наибольшей величины 120 МПа на параметрическом расстоянии 0,045 от закрепленной кромки фланца патрубка, что соответствует 32,7 мм. В центральной части оболочки патрубка наиболее нагруженным будет являться пятый слой, где напряжения достигают 105 МПа. В пятом слое угол наклона армирующих нитей к образующей цилиндрической оболочки составляет 54° , а в четвертом — 52° . В результате можно наблюдать значительный скачок напряжений, как в зоне краевого эффекта, так и центральной части оболочки патрубка (рис. 10, 11).

Анализируя эпюры напряжений, приведенные на рис. 5–12, можно сделать следующие выводы:

1. Характер распределения мембранных напряжений по слоям оболочки патрубка не меняется, наиболее выраженное влияние краевого эффекта имеет место во внешних слоях и в пятом слое, где угол наклона нитей корда изменяется с 52° на 54° .
2. Диапазон значений величин мембранных напряжений для слоев оболочки меньше при постоянном межфланцевом расстоянии, что означает более равномерное распределение нагрузок по слоям патрубка.
3. Перепад величины напряжений как в зоне краевого эффекта, так и центральной части оболочки более заметен в смежных слоях с различным углом

наклона армирующих нитей при свободных осевых перемещениях фланцев патрубка.

Эти выводы позволяют сделать заключение, что работа патрубка с постоянным межфланцевым расстоянием является более предпочтительной с точки зрения продолжительной и безотказной его эксплуатации.

Библиографический список

1. Скудра, А. М. Прочность армированных пластиков / А. М. Скудра, Ф. Я. Булавс. — М. : Химия, 1982. — 216 с.
2. Алямовский, А. А. SolidWorks/COSMOSWorks 2006/2007 / А. А. Алямовский. — М. : ДМКпресс : Проектирование, 2007. — 784 с.

ЦЫСС Валерий Георгиевич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация».

СЕРГАЕВА Марина Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация».

Адрес для переписки: MJSergaewa@yandex.ru,

СЕРГАЕВ Александр Александрович, аспирант кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация».

Статья поступила в редакцию 20.06.2012 г.

© В. Г. Цысс, М. Ю. Сергаева, А. А. Сергаев

Книжная полка

Вереина, Л. И. Устройство металлорежущих станков : учебник для НПО / Л. И. Вереина, М. М. Краснов. — 2-е изд., перераб. — М. : Academia, 2012. — 432 с. — ISBN 978-5-7695-9205-8.

Учебник является частью учебно-методического комплекта по профессии «Станочник». Изложены общие сведения о металлорежущих станках. Рассмотрено устройство токарных, фрезерных, сверлильно-расточных, шлифовальных станков с ручным и числовым программным управлением, токарных автоматов и полуавтоматов. Приведены технические характеристики моделей станков, выпускаемых отечественной промышленностью. Описаны многоцелевые станки, роботизированные технологические комплексы, гибкие производственные системы и станки, входящие в состав гибких производственных модулей. Представлена планировка рабочих мест станочников различных профессий. Учебник может быть использован при освоении профессионального модуля ПМ.02 «Обработка деталей на металлорежущих станках различного вида и типа» в соответствии с ФГОС НПО по профессии «Станочник» (металлообработка). Для учащихся учреждений начального профессионального образования. Может быть полезен учащимся УПК машиностроительных предприятий, а также студентам учреждений среднего профессионального образования.

РАСЧЕТ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ СОУДАРЕНИЯ БОЙКА И ШТАНГИ РАБОЧЕГО ИНСТРУМЕНТА ПРИ УСЛОВИИ – ДИАМЕТР БОЙКА БОЛЬШЕ ДИАМЕТРА ШТАНГИ

На основании проведенных исследований предложены рекомендации для расчета машин ударного действия, применяемых в горной промышленности и строительной индустрии для разрушения твердых хрупких материалов: бетон, горные породы, кирпич и т.д. Получены следующие данные: 1. График ударной силы имеет несколько экстремумов, постепенно уменьшающихся с течением ударного процесса. 2. При проектировании ударной машины, в которой диаметр бойка превышает по своим размерам диаметр рабочего инструмента, целесообразно выбрать длины бойка и инструмента кратными друг другу.

Ключевые слова: удар, боек, напряжение, ударная сила, разрушение, бетон.

Основные направления экономического и социального развития РФ предусматривают высокие темпы роста производительности труда, интенсификации производственных процессов, которые должны сопровождаться повышением качества продукции, экономией энергии, сырья и материалов, а также улучшением условий труда. Эти требования также относятся к ударным машинам, широко распространенным в строительстве, горном деле, машиностроении и других отраслях хозяйства РФ.

В строительной и горной индустрии применяются машины ударного (молотки, бетоноломы) и ударно-вращательного действия — перфораторы, которые состоят из следующих основных узлов: привода, редуктора, преобразовательного механизма, ударного механизма, механизма вращения бурового инструмента, муфты предельного момента, узла крепления рабочего инструмента, самого рабочего инструмента и рукояток управления. Таким образом, конструкция современной ударной машины содержит значительное количество механизмов и узлов, которые удорожают конструкцию и снижают ее надежность при воздействии интенсивных ударных нагрузок. Поэтому вопросы совершенствования ударных машин остаются актуальными по настоящее время.

Основным узлом любой машины ударного действия является ударный узел, в котором происходит преобразование кинетической энергии бойка в энергию ударных волн, которая посредством рабочего инструмента подводится к забойной зоне, где совершает полезную работу, разрушая твердую хрупкую среду.

Главным отличием предлагаемых расчетов будет больший диаметр бойка по сравнению с диаметром штанги рабочего инструмента (рис. 1). На данном рисунке приведены следующие обозначения: D_b и D_u — диаметры бойка и штанги инструмента соответственно; L_b и L_u — длины бойка и штанги инструмента соответственно; R_b и R_u — радиусы закругления ударных торцов бойка и штанги инструмента

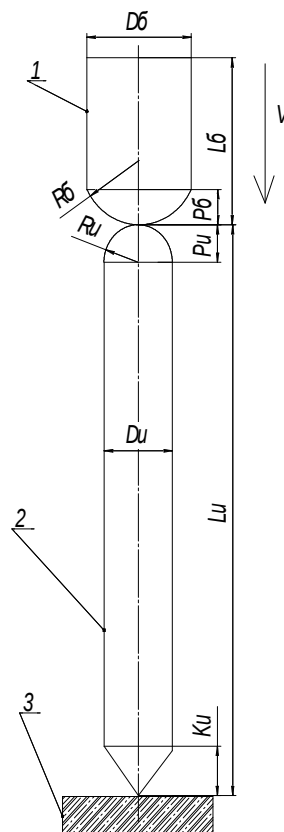


Рис. 1. Ударный механизм:
1 — боек, 2 — штанга бурового инструмента
с буровым инструментом,
3 — строительная конструкция (железобетон)
или горная порода

соответственно; P_b и P_u — высоты ударных торцов бойка и штанги инструмента соответственно, K_u — высота режущей части штанги инструмента.

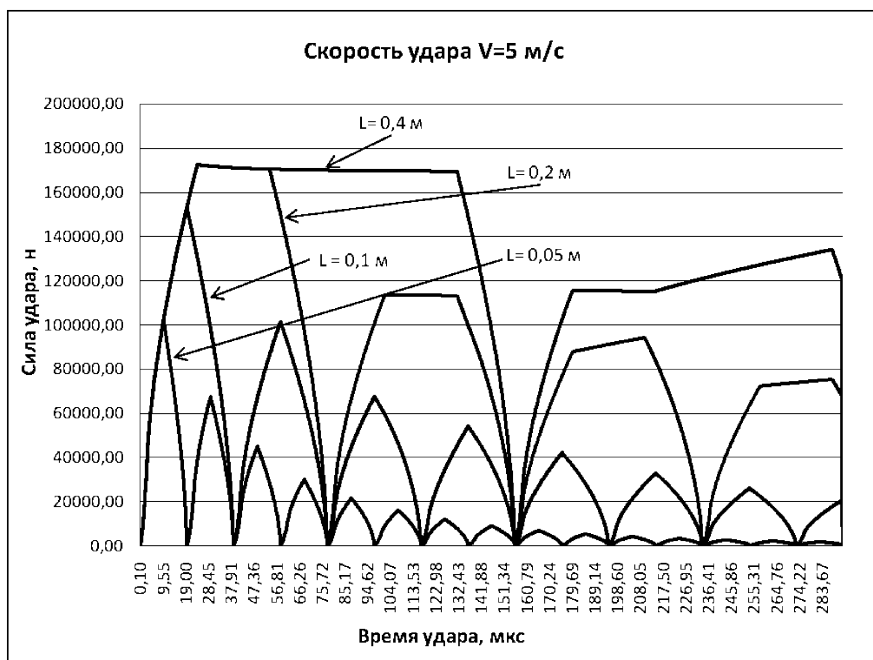


Рис. 2. Зависимость силы удара от длины бойка:
 $R_0=0,3$ м, $D_0=0,035$ м, $D_n=0,0175$ м

В тех случаях, когда диаметр бойка меньше или равен диаметру штанги рабочего инструмента, сила удара определяется временем прохождения ударной волны вдоль бойка. В рассматриваемом случае, когда диаметр бойка больше по величине диаметра штанги рабочего инструмента, расчет ударной силы необходимо производить из условия прохождения ударной волны вдоль штанги рабочего инструмента. В первую половину периода по штанге рабочего инструмента движется ударная волна сжатия, во вторую половину периода — движется волна растяжения, разгружая штангу рабочего инструмента. Так как штанга рабочего инструмента длиннее бойка, то по бойку пройдут несколько периодических волн сжатия и растяжения. График зависимости ударной силы от времени будет более сложным из-за наличия нескольких уменьшающихся пиков распределения ударной силы.

Для определения таких уменьшающихся пиков ударной силы воспользуемся введенным в [1, 2] понятием коэффициента восстановления энергии. Будем считать, что объемы бойка и штанги, охваченные волнами деформации в момент времени t_1 , можно рассматривать как самостоятельно ударно взаимодействующие твердые деформируемые тела. Такое ударное взаимодействие можно описать следующей системой уравнений:

$$\frac{m_{11}U_{11n}^2}{2} + \frac{m_{21}U_{21n}^2}{2} = \eta_{ke} \left(\frac{m_{11}V_{11n}^2}{2} + \frac{m_{21}V_{21n}^2}{2} \right), \quad (1)$$

$$m_{11}\bar{U}_{11n} + m_{21}\bar{U}_{21n} = m_{11}\bar{V}_{11n} + m_{21}\bar{V}_{21n}, \quad (2)$$

$$\bar{U}_{21n} - \bar{U}_{11n} = k(\bar{V}_{11n} - \bar{V}_{21n}), \quad (3)$$

где m_{11} и m_{21} — массы объемов бойка и штанги, охваченных волнами деформации в момент времени t_1 , V_{11n} и V_{21n} — доударные нормальные скорости масс m_{11} и m_{21} ; U_{11n} и U_{21n} — послеударные нормальные скорости масс m_{11} и m_{21} .

Методика расчета ударной силы и других параметров удара приведена в [1]. В ходе расчетов опре-

деляются текущие и интегральные величины коэффициента восстановления кинетической энергии η_{ke} . После того как ударная волна растяжения разгрузила боек, начинается следующая фаза удара, и боек начинает вновь воздействовать на штангу рабочего инструмента. Однако энергия бойка в данной фазе удара t_2 будет меньше, чем в начальный момент времени, так как значительная часть первоначальной энергии удара была передана штанге рабочего инструмента.

Из начальных условий известно, что скорость штанги рабочего инструмента до удара равна нулю. В момент времени t_2 процесс распространения ударных волн в штанге продолжается. Основная доля энергии в штанге сосредоточена в энергии ударной волны, поэтому можно принять допущение о том, что скорость центра масс штанги рабочего инструмента равна нулю. С учетом данного допущения, выражение (1) упростится для момента времени t_2 .

$$U_{11n}^2 = \eta_{ke} V_{11n}^2, \quad (4)$$

$$U_{11n} = \sqrt{\eta_{ke}} V_{11n}. \quad (5)$$

Таким образом, U_{11n} — это значение скорости, с которой боек воздействует на штангу рабочего инструмента в момент времени t_2 .

На основе полученных данных разработана программа для ПЭВМ по расчету параметров удара и определения оптимальных геометрических параметров бойка и инструмента.

В процессе вычислительного эксперимента параметры системы имели следующие значения.

1. Геометрические размеры бойка.

а) Диаметр бойка — $D_0=0,035$ м.

Длина бойка — $L_0=0,05$ м, $L_0=0,1$ м, $L_0=0,02$ м, $L_0=0,04$ м.

Радиус торца бойка — $R_0=0,0175$ м, $R_0=0,025$ м, $R_0=0,15$ м, $R_0=0,3$ м.

Высота сферического торца бойка — $P_0=0,0175$ м, $P_0=0,007$ м, $P_0=0,001$ м, $P_0=0,0005$ м.

б) Диаметр бойка — $D_0=0,064$ м.

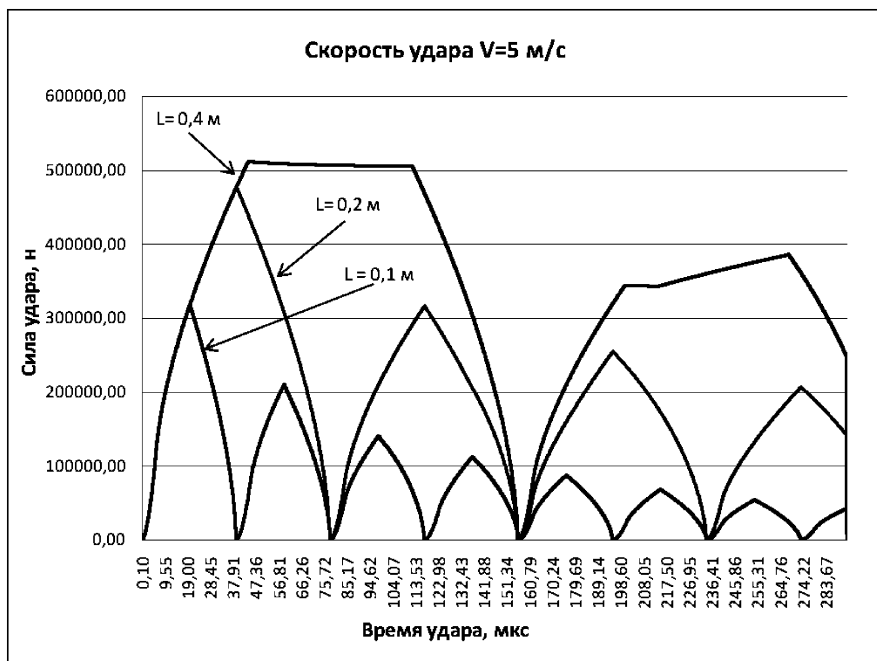


Рис. 3. Зависимость силы удара от длины бойка:
 $R_0=0,3$ м, $D_0=0,064$ м, $D_u=0,032$ м

Длина бойка — $L_0=0,01$ м, $L_0=0,2$ м, $L_0=0,04$ м.
 Радиус торца бойка — $R_0=0,032$ м, $R_0=0,15$ м,
 $R_0=0,3$ м.

Высота сферического торца бойка — $P_0=0,032$ м,
 $P_0=0,003$ м, $P_0=0,0017$ м.

2. Геометрические размеры штанги рабочего инструмента. Расчеты проводились при сечении штанги меньшем по сравнению с сечением бойка.

Диаметр штанги — $D_u=0,0175$ м.

Высота сферического торца штанги — $P_u=0,0001$ м.

Диаметр штанги — $D_u=0,032$ м.

Высота сферического торца штанги — $P_u=0,0005$ м.

Длина штанги — $L_u=0,75$ м.

Радиус торца штанги — $R_u=0,5$ м.

Высота конуса штанги — $K_u=0,5$ м.

Меньший диаметр конуса штанги — $d=0,005$ м.

3. Прочие характеристики процесса.

Плотность материала бойка и штанги (сталь) — $\rho_{00}=7900$ кг/м, $\rho_{0u}=7900$ кг/м.

Скорости бойка и штанги до удара — $V_0=2,0$ м/с, $V_0=3,0$ м/с, $V_0=4,0$ м/с, $V_0=5,0$ м/с, $V_u=0$ м/с.

Модуль Юнга для материалов бойка и штанги — $E_0=2,08 \times 10^{11}$ Па, $E_u=2,08 \times 10^{11}$ Па.

Коэффициент Пуассона для материалов бойка и штанги — $\nu_0=0,286$, $\nu_u=0,286$.

Предел прочности сжатия для материалов бойка и штанги — $\sigma_{00}=1250 \times 10^6$ Па, $\sigma_{0u}=1250 \times 10^6$ Па.

Предел прочности растяжения для материалов бойка и штанги — $\sigma_{00}=140 \times 10^6$ Па, $\sigma_{0u}=140 \times 10^6$ Па.

Скорость продольной волны для материалов бойка и штанги (для стержней) — $V_0=5131$ м/с, $V_u=5131$ м/с.

Количество разбиений бойка при проведении расчетов: $L_u=0,75$ м — $N=3000$.

Результаты проведенных расчетов приведены на рис. 2, 3.

При анализе полученных данных можно отметить следующие факторы.

1. График ударной силы имеет несколько экстремумов, постепенно уменьшающихся с течением ударного процесса. Для оценки эффективности ударного процесса необходимо исследовать первый, наиболее интенсивный экстремум, так последующие значения ударной силы представляют собой затухающие колебания ударных волн, которые передаются на рабочий инструмент, вызывая вредные вибрации рабочего инструмента, (рис. 2, 3).

2. При проектировании ударной машины, в которой диаметр бойка превышает по своим размерам диаметр рабочего инструмента, целесообразно выбрать длины бойка и инструмента кратными друг другу. Например, длина рабочего инструмента больше длины бойка в 2, 3, 4, 5 и т.д. раз. Это позволит снизить вибрации рабочего инструмента, так как в конце удара параметры ударного взаимодействия будут уменьшаться более плавно.

3. Ударные машины, в которых диаметр бойка превышает диаметр рабочего инструмента, целесообразно использовать в тех случаях, когда можно использовать затухающие колебания ударной силы, например, в машинах, уплотняющих какую либо среду.

Библиографический список

1. Чернявский, Д. И. Определение параметров удара в машинах ударного действия : моногр. / Д. И. Чернявский. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2009. — Ч. 1. — 136 с.
2. Чернявский, Д. И. Определение параметров удара в машинах ударного действия : моногр. / Д. И. Чернявский. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2010. — Ч. 2. — 132 с.

ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор, заведующий кафедрой «Менеджмент».
 Адрес для переписки: maneg1.omgtu.ru

Статья поступила в редакцию 10.05.2012 г.
 © Д. И. Чернявский

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТЕЙ МЕХАНИЗМОВ ГРУЗОПОДЪЕМНОГО КРАНА И КООРДИНАТ УСТАНОВКИ БАЗОВОГО ШАССИ НА ВРЕМЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРУЗА В НЕОДНОРОДНОМ ОРГАНИЗОВАННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

С использованием разработанной комплексной методики оптимизации траектории перемещения груза в пространстве конфигураций грузоподъемного крана с ограничениями по устойчивости, получены зависимости целевой функции минимально возможного времени перемещения подвижных звеньев крана и груза в неоднородном организованном трехмерном пространстве. Анализ полученных зависимостей позволил сделать выводы о наличии локальных экстремумов, существенном влиянии препятствий в рабочей области на величину целевой функции и положение глобального экстремума. Оптимизация управляемых координат крана и координат базового шасси на рабочей площадке позволяют значительно снизить временные затраты на реализацию траектории.

Ключевые слова: грузоподъемный кран, время перемещения, управляемые координаты, неоднородное организованное пространство.

Проблема оптимизации траектории перемещения объекта в неоднородном организованном трехмерном пространстве с препятствиями является актуальной. В качестве такого объекта может рассматриваться груз, перемещаемый грузоподъемным краном (ГПК). В качестве функции стоимости перемещений груза ГПК из некоторого начального положения в некоторое конечное может быть использовано *интегральное полное время перемещения* T . Минимизация по временному критерию позволяет повысить производительность работ, выполняемых ГПК, что особенно актуально при ликвидации последствий аварий и техногенных катастроф.

Целесообразность использования временных и энергетических критериев оценки эффективности рабочего процесса ГПК обуславливает необходимость оптимизации траектории перемещения груза в зоне действия ГПК, т.е. в пространстве конфигураций ГПК (пространстве четырех управляемых обобщенных координат машины q_i , где $i \in [7; 10]$ — номер управляемой обобщенной координаты: 7 — угол поворота поворотной колонки, 8 — угол подъема стрелы; 9 — длина стрелы; 10 — длина грузового каната). Первые 6 обобщенных координат механической системы ГПК ($q_1 \dots q_6$) определяют положение базового шасси в пространстве.

Линейные координаты механической системы ($q_1, q_2, q_3, q_9, q_{10}$) задавались в условных линейных единицах (УЛЕ), угловые (q_4, q_5, q_6, q_7, q_8) — в радианах.

Интегральное полное время перемещения T подвижных звеньев ГПК в пространстве конфигураций

из начального положения $s_{нач} = [q_{7н}; q_{8н}; q_{9н}; q_{10н}]$ в конечное $s_{кон} = [q_{7к}; q_{8к}; q_{9к}; q_{10к}]$ может быть определено по зависимости:

$$T = \sum_{i=2}^{n_0} (\max\{(T_7)_{i,i-1}; (T_8)_{i,i-1}; (T_9)_{i,i-1}; (T_{10})_{i,i-1}\}),$$

где $(T_7)_{i,i-1}, (T_8)_{i,i-1}, (T_9)_{i,i-1}, (T_{10})_{i,i-1}$ — время изменения управляемых координат q_7, q_8, q_9, q_{10} рабочего оборудования ГПК при перемещении из точки $i-1$ траектории груза в точку i с максимально допустимыми скоростями; n_0 — число точек в трехмерном пространстве, определяющих траекторию.

При решении задач оптимизации траектории в пространстве конфигураций ГПК на траекторию дополнительно накладываются ограничения в виде предельно допустимых минимальных и максимальных конструктивных значений, ограничивающих зону действия рабочего оборудования ГПК $q_{8min}; q_{8max}; q_{9min}; q_{9max}; q_{10min}; q_{10max}$.

На основе алгоритма вероятностной дорожной карты была разработана методика оптимизации траектории в пространстве конфигураций ГПК с ограничениями по устойчивости, состоящая из шести этапов, в которой в качестве составных элементов использовались алгоритмы: решения обратной задачи кинематики с учетом двигательной избыточности ГПК [1], построения полидистантных поверхностей вокруг реальных поверхностей препятствий [2], определения временной функции перемещения подвижных звеньев T , дискретной локальной опти-

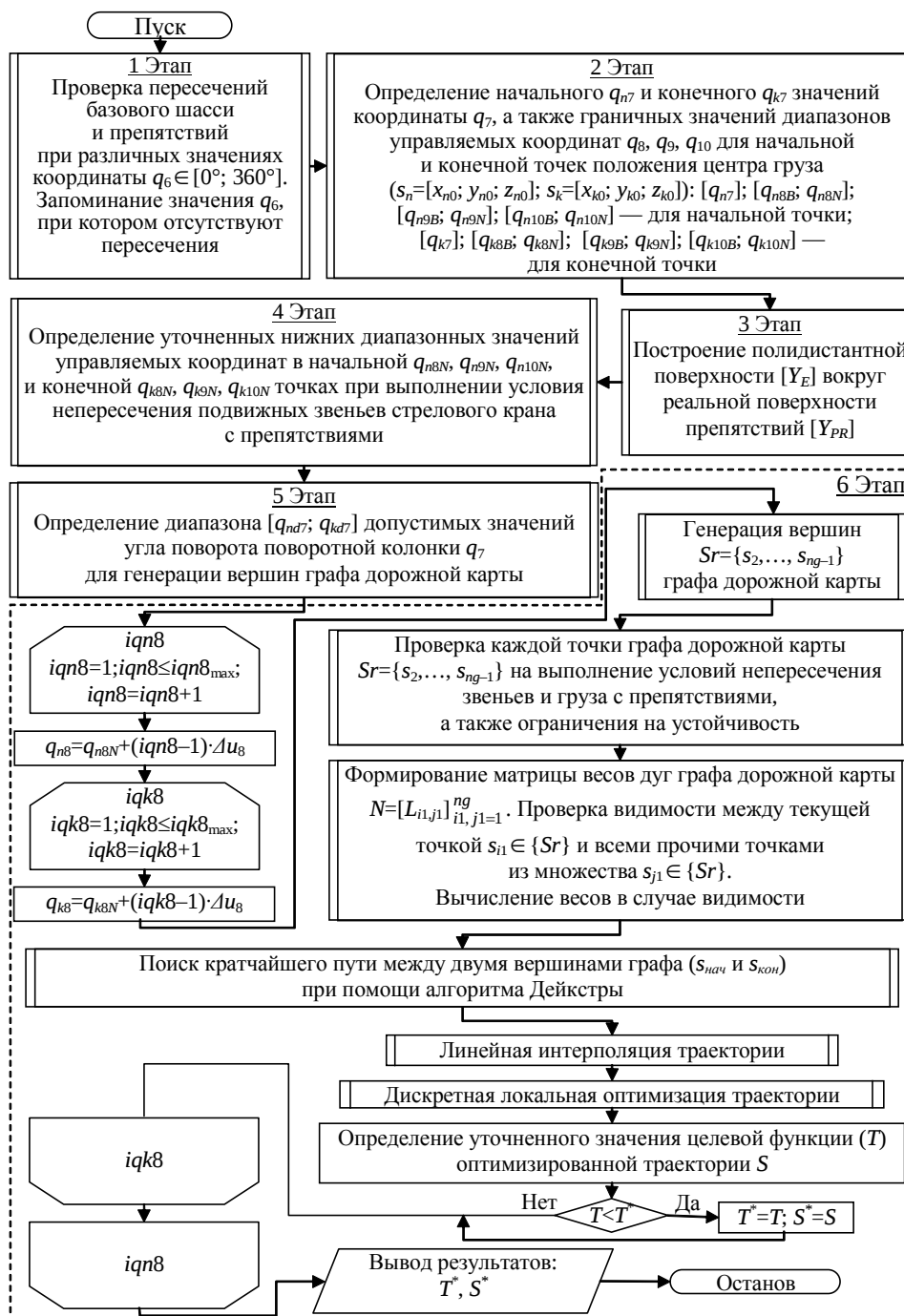


Рис. 1. Укрупненная блок-схема алгоритма оптимизации траектории перемещения груза в пространстве конфигураций стрелового крана

мизации траектории [3], проверки пересечений подвижных звеньев и груза с препятствиями и методика проверки по ограничению на устойчивость [4] (рис. 1).

В свою очередь, методика оптимизации траектории в пространстве конфигураций ГПК вошла как составной элемент в методику оптимизации технологических параметров рабочего процесса ГПК, в частности, координат базового шасси (места его установки). Программные реализации разработанных методик в средах Microsoft Visual C++ и MATLAB и полученные на их основе результаты вычислительных экспериментов позволили выявить ряд закономерностей, наибольший интерес из которых представляют: влияние на полное время перемещения груза рациональных ограничений, накладываемых на максимальные рабочие скорости изменения управ-

ляемых координат, а также наличия в рабочей области препятствий определенной формы.

В качестве примера, характер влияния рациональных ограничений рабочих скоростей и наличия препятствий в рабочей области на функцию T , проиллюстрирован на рабочей области, представленной на рис. 2, где показаны начальные (x_{n0}, y_{n0}, z_{n0}) и конечные (x_{k0}, y_{k0}, z_{k0}) координаты центра перемещаемого груза в форме цилиндра, рассматриваемые препятствия в виде матрицы поля высот реальных физических препятствий $Y_{пр}(x, z)$ и одно из возможных положений базового шасси ГПК в виде координат его установки (x_{w0}, y_{w0}, z_{w0}) .

На рис. 3 приведены зависимости временного критерия эффективности T от координат базового шасси $q_1=x_{w0}$, $q_3=z_{w0}$, полученные без учета рациональных ограничений на скорости управляемых

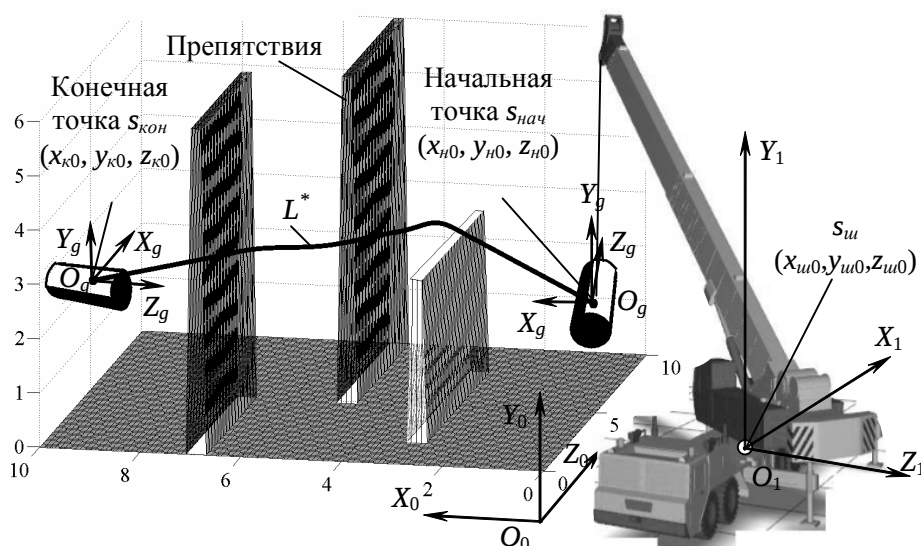


Рис. 2. Начальное и конечное положения перемещаемого груза, начальное положение звеньев ГПК (рассматриваемый пример)

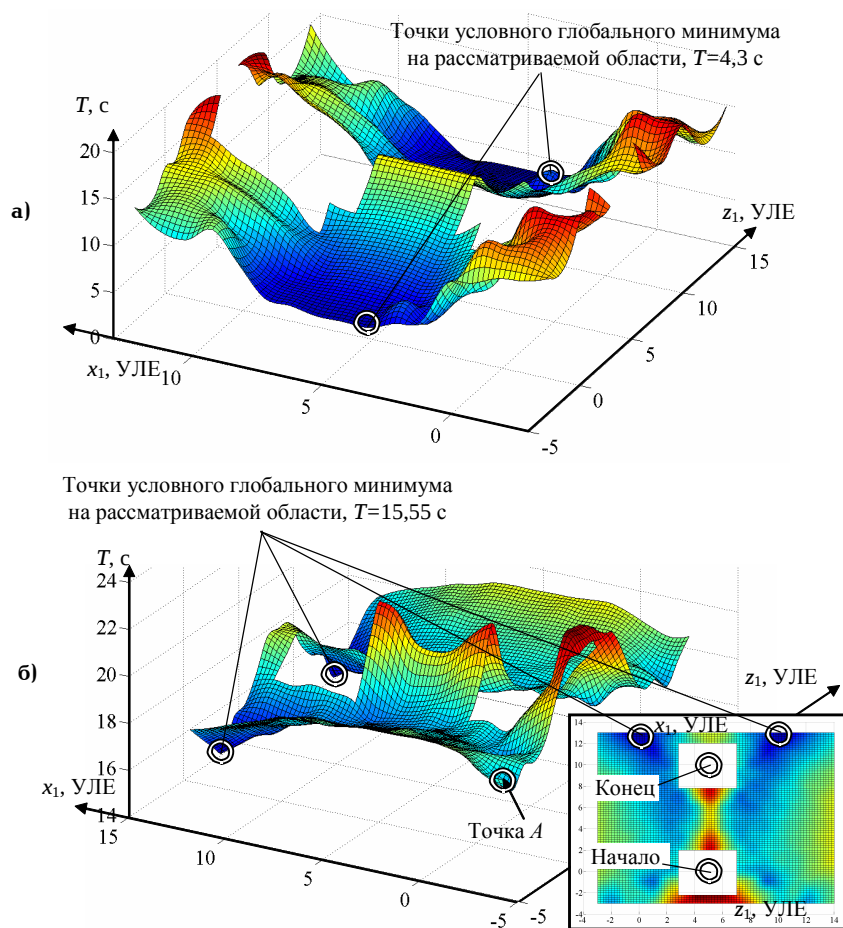


Рис. 3. Зависимости временного критерия эффективности T от положений базового шасси q_1, q_3 (примеры):
 а) при отсутствии ограничений на скорости управляемых координат;
 б) при рациональных ограничениях на скорости управляемых координат и на предельную линейную скорость груза $v_{\text{линейная}} = 0,4$ УЛЕ/с

координат (а) и с учетом указанных ограничений (б). Препятствия в рабочей области отсутствовали. Каждая точка поверхностей целевой функции на рис. 3 формировалась как точка оптимума по алгоритму, представленному на рис. 1, с учетом кинематической избыточности рабочего оборудования ГПК.

В сериях вычислительных экспериментов, представленных на рис. 3, рассматривалась область положений начала системы координат базового шасси $q_1 = x_{ш0}, q_3 = z_{ш0}$ (в УЛЕ) $[x_{ш0\min}; x_{ш0\max}] \times [z_{ш0\min}; z_{ш0\max}] = [-3; 14] \times [-3; 14]$.

Реализация траектории с минимальным временем перемещения при отсутствии рациональных ограни-

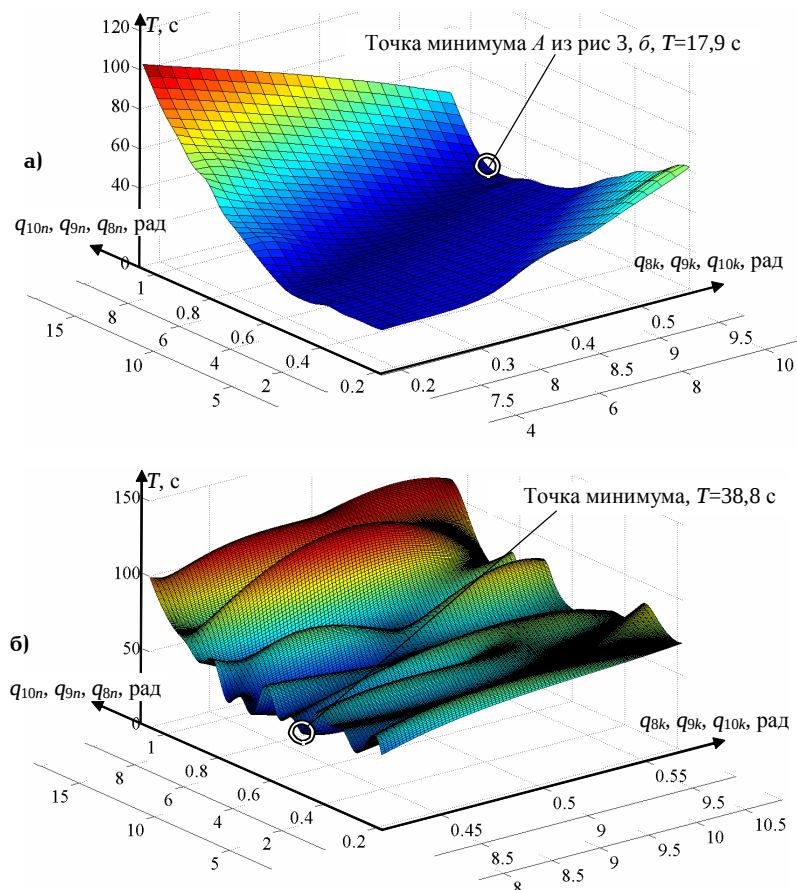


Рис. 4. Зависимости временного критерия эффективности T от начального и конечного значений управляемых координат q_8, q_9, q_{10} при постоянных координатах базового шасси (УЛЕ) $q_1 = -3; q_3 = -3$ (примеры): а) при отсутствии препятствий в рабочей области; б) при наличии препятствий в рабочей области

чений на скорости управляемых координат, т.е. когда движение ограничивается только конструктивно возможными максимальными скоростями приводов, приводит к значительным колебаниям и раскачиванию груза под действием сил и моментов инерции (рис. 3а, $T=4,3$ с), что было подтверждено при имитационном моделировании на математической модели динамической системы. Для ГПК с гибким подвесом груза реализация подобных траекторий практически неприменима по соображениям безопасности.

Рациональные ограничения на скорости устанавливаются человеком-оператором ГПК исходя из собственного опыта, интуиции и текущих условий работы. Ограничение максимальных скоростей позволяет избежать аварийных ситуаций, потери устойчивости и значительного раскачивания груза.

Поэтому в серии экспериментов, представленной на рис. 3б, учитывалось ограничение на предельную линейную скорость перемещения груза: $v_{\text{лин прег}} = 0,4$ УЛЕ/с, а также дополнительно учитывались рациональные ограничения на скорости изменения управляемых обобщенных координат ГПК, задаваемые человеком-оператором и аппроксимированные регрессионными выражениями вида:

$$dT_7 = dq_7 / (\min\{(k_{7,1} + k_{7,2} \cdot M_\Phi); v_{7\text{к прег}}\})$$

$$dT_8 =$$

$$= \max\left\{\frac{dq_8}{(k_{8,1} \cdot M_\Phi^3 + k_{8,2} \cdot M_\Phi^2 + k_{8,3} \cdot M_\Phi + k_{8,4})}; dl_A/v_8\right\};$$

$$dT_9 = \max\left\{\frac{dq_9}{(k_{9,1} \cdot e^{k_{9,2} \cdot m_{\text{гр}}})}; dq_9/v_9\right\};$$

$$dT_{10} = \max\left\{\frac{dq_{10}}{(k_{10,1} \cdot m_{\text{гр}}^{k_{10,2}})}; dq_{10}/v_{10}\right\},$$

где $m_{\text{гр}}$ — масса перемещаемого груза; M_Φ — грузовой момент ГПК, $M_\Phi = f(m_{\text{гр}}, q_8, q_9)$; $k_{7,1}, k_{7,2}, k_{8,1}, k_{8,2}, k_{8,3}, k_{8,4}, k_{9,1}, k_{9,2}, k_{10,1}, k_{10,2}$ — постоянные коэффициенты; l_A — длина гидроцилиндра подъема стрелы; $v_{7\text{к прег}}, v_9, v_{10}$ — максимальные рабочие скорости изменения координат q_7, q_9 и q_{10} соответственно, с учетом как конструктивных ограничений, следующих из $v_{\text{лин прег}}$ ограничения координаты; v_8 — максимальная рабочая скорость движения штока гидроцилиндра подъема стрелы с учетом перечисленных выше ограничений. Функциональные зависимости $M_\Phi, v_{7\text{к прег}}, v_8, v_9, v_{10}$ от направления приращения, величины рассматриваемой и прочих управляемых координат и ряда других конструктивных и технологических параметров ГПК не приводятся ввиду ограниченного объема статьи.

На рис. 4 показано формирование отдельной точки поверхности целевой функции на рис. 3, как точки оптимума по алгоритму, представленному на рис. 1, с учетом рациональных ограничений на скорости управляемых координат. В качестве примера рассмотрено формирование точки А на рис. 3б со значением целевой функции $T=17,9$ с. Т.е. из рис. 4а получено значение точки А на рис. 3б, как точки

абсолютного минимума поверхности целевой функции T , образованной сочетанием всех возможных значений управляемых координат в начальной (q_{8n}, q_{9n}, q_{10n}) и конечной (q_{8k}, q_{9k}, q_{10k}) точках положения груза с учетом кинематической избыточности. При принятии допущения о горизонтальном расположении базового шасси ГПК, управляемая координата q_7 для каждого положения груза в пространстве определяется однозначно.

На рис. 4б приводится поверхность целевой функции T для тех же координат базового шасси в пространстве ($q_1 = -3$; $q_3 = -3$ УЛЕ), что и на рис. 4а, но при наличии в рабочей области препятствий с размерами и расположением, указанными на рис. 2.

Анализ приведенных на рис. 4 зависимостей позволяет сделать выводы о том, что наличие препятствий в рабочей области непредсказуемо меняет положение точки глобального минимума целевой функции. В данном случае это означает определенное, довольно значительное, изменение оптимальных значений управляемых координат $q_8 \dots q_{10}$ в начальной и конечной точках траектории и, соответственно, на всей траектории. На поверхности отклика присутствуют в большом количестве локальные экстремумы. Значение минимально возможного времени перемещения T значительно возрастает.

Аналогичные выводы могут быть сделаны и по рис. 3, где при отсутствии препятствий в рабочей области ограничения на скорости управляемых координат меняют оптимальное положение базового шасси ГПК на рабочей площадке.

Таким образом, наличие локальных экстремумов делает целесообразным использование метода полного перебора варьируемых параметров управляемых координат и координат базового шасси ГПК с последующей локальной оптимизацией. Рассматриваемые технологические параметры позволяют, при их оптимизации в достаточно широких, приближенных к конструктивным ограничениям, пределах, существенно (до 2–3 раз и более), снизить временные затраты на реализацию отдельной траектории в неоднородном организованном трехмерном пространстве и повысить, таким образом, общую произ-

водительность работы ГПК. Это серьезный резерв для совершенствования технологических процессов ГПК.

Библиографический список

1. Корытов, М. С. Методика решения обратной кинематической задачи грузоподъемного крана / М. С. Корытов, В. С. Щербаков, С. В. Котыкин // Вестник СибАДИ, 2011. — Вып. 2 (20). — С. 71–76.
2. Корытов, М. С. Методика построения эквидистантных поверхностей в задаче поиска пути перемещения груза автокраном / М. С. Корытов // Вестник Брянского государственного технического университета. — 2009. — № 2 (22). — С. 65–69.
3. Корытов, М. С. Алгоритм дискретной локальной оптимизации траектории перемещения объекта в пространстве с препятствиями / М. С. Корытов, В. С. Щербаков // Транспортные и транспортно-технологические системы: материалы Междунар. науч.-техн. конф. — Тюмень: ТюмГНГУ, 2011. — С. 317–322.
4. Корытов, М. С. Критерий статической и динамической устойчивости грузоподъемного крана / М. С. Корытов, С. А. Зырянова // Дорожно-транспортный комплекс как основа рационального природопользования: материалы Междунар. науч.-техн. конф. — Омск: Изд-во СибАДИ, 2005. — Кн. 1. — С. 27–29.

ЩЕРБАКОВ Виталий Сергеевич, доктор технических наук, профессор (Россия), декан факультета «Нефтегазовая и строительная техника».

КОРЫТОВ Михаил Сергеевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Конструкционные материалы и специальные технологии», докторант при кафедре «Автоматизация производственных процессов и электротехника».

АРХИПЕНКО Маргарита Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика».

Адрес для переписки: kms142@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20.03.2012 г.

© В. С. Щербаков, М. С. Корытов, М. Ю. Архипенко

Книжная полка

Скворцов, А. В. Основы технологии автоматизированных машиностроительных производств: учеб. для вузов по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств» / А. В. Скворцов, А. Г. Схиртладзе. — М.: Высш. шк., 2010. — 588 с. — ISBN 978-5-06-005905-2.

В учебнике приведены базовые сведения о процессах автоматизированного технологического проектирования, структурировании технологических маршрутов, операций и переходов, выполнении технологических расчетов, анализе погрешностей и методах обеспечения точности при механической обработке и сборке. Представлены комплексные сведения о методах обеспечения качества поверхностных слоев деталей машин. Даны методы и процедуры компьютерного проектирования единичных, групповых, типовых и модульных технологических процессов. Представлена теория компьютерного расчета размерных цепей, вероятностно-статистического анализа точности и производительности технологических систем с использованием теории случайных функций и Марковских случайных процессов. Особое внимание в учебнике обращено на компьютерное проектирование технологических процессов с использованием CAD/CAM/CAPP-систем CALS/ИПИ-технологий и пространственной 3D графики.

ПРИМЕНЕНИЕ ВИБРОДИАГНОСТИКИ В УСЛОВИЯХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА ОБОРУДОВАНИЯ

В статье рассмотрены проблемы потери ресурса оборудования, система планово-предупредительных ремонтов и концепция всеобщего обслуживания оборудования ТРМ, предложено применение концепции обслуживания оборудования ТРМ с методом вибродиагностики, обоснован выбор полигармонической модели колебаний роторных механизмов для диагностики.

Ключевые слова: вибродиагностика, мониторинг оборудования, ТРМ, персонал, система планово-предупредительных ремонтов.

В стоимость оборудования для организации входит не только его цена для покупки, но и все расходы на его установку, обслуживание, ремонт. Дешевое оборудование, как правило, не обладает нужными характеристиками и, в конечном счете, обходится достаточно дорого. Но и при покупке дорогого оборудования организация несет потери, связанные с его эксплуатацией.

В процессе эксплуатации машин происходит потеря их работоспособности, главным образом из-за износа и разрушения отдельных деталей или их поверхностных слоев, вследствие чего оборудование теряет точность, уменьшается его мощность и производительность. Восстановление этих важнейших показателей эксплуатационных характеристик оборудования в организации осуществляется путем ремонта. При ремонте машин производится замена или восстановление изношенных деталей, регулировка механизмов.

Сущность системы планово-предупредительного ремонта оборудования заключается в том, что после отработки каждым агрегатом определенного количества часов производятся профилактические осмотры и различные виды плановых ремонтов этого агрегата (капитальный, средний, малый), чередование и периодичность которых определяются назначением агрегата, его конструктивными и ремонтными особенностями, габаритами и условиями эксплуатации.

При этом не всегда учитывается фактическое состояние оборудования, которое может отличаться в зависимости от условий работы.

Все больше и больше производственных компаний как в Японии, так и за ее пределами сегодня используют на практике так называемый подход «всеобщий уход за оборудованием» (ТРМ), который в основном служит улучшению качества оборудования и ориентирован на его максимально эффективное использование, благодаря всеобщей системе профилактического обслуживания, охватывающего

весь жизненный цикл станков и механизмов.

ТРМ — система всеобщего ухода за оборудованием, в которой совместно участвуют операторы и ремонтники, обеспечивающие повышение надежности оборудования. Подход ТРМ значительно продлевает срок службы оборудования и локализует проблемы на начальной стадии, предотвращая дорогостоящие аварии [1].

ТРМ предполагает перераспределение обязанностей между эксплуатационной и ремонтной службами. Ежедневная проверка, выполняемая операторами, заключается в смазке, чистке, контроле, а также мелком ремонте оборудования, например, в затягивании болтов [1].

В ТРМ предполагается непрерывный мониторинг за состоянием оборудования, который позволит адекватно прогнозировать потребность в том или ином виде обслуживания, т.е. ведется история обслуживания и эксплуатации каждой единицы оборудования. Только из анализа истории можно почерпнуть закономерности появления тех или иных неисправностей [2].

Для регистрации и учета неисправностей на оборудовании могут быть установлены системы диагностики и непрерывного мониторинга, которые должны быть понятными и простыми в применении для эксплуатирующего персонала.

Одним из эффективных методов по получению подробной информации о состоянии подвижных частей оборудования является вибродиагностика.

Вибродиагностика [3–6] — это метод неразрушающего контроля, основанный на анализе комплекса параметров вибрации для определения состояния оборудования.

Вибродиагностика позволяет выявлять самые разнообразные дефекты оборудования [3, 7], такие как дисбаланс, несоосность и непараллельность валов, жесткость и ослабление опор, обрыв анкерных болтов, нарушение геометрии линии вала,

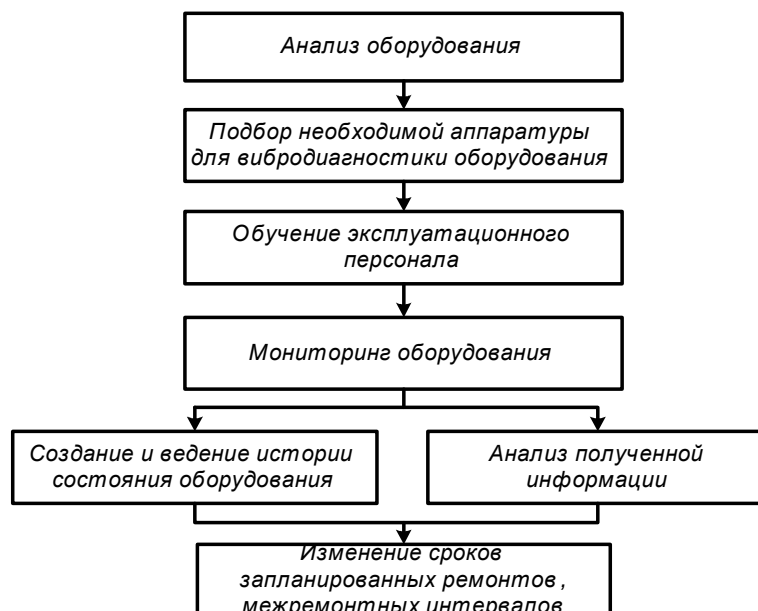


Рис. 1. Совершенствование системы мониторинга посредством применения вибродиагностики в условиях функционирования системы технологического обслуживания и ремонта оборудования

а также различные дефекты подшипниковых узлов, включая проблемы со смазкой. На основании полученной информации, можно **оптимизировать** планирование текущего и капитального ремонта, **увеличить** межремонтный интервал, **уменьшить** затраты на закупку запчастей и расходных материалов. Для проведения вибродиагностики существует различная измерительная аппаратура, как стационарная, так и переносная [5]. На рис. 1 приведена блок-схема организации подхода ТРМ с вибродиагностикой, как методом непрерывного мониторинга оборудования.

Проведенный анализ литературы в области вибродиагностики систем позволил выделить следующие классы моделей [3, 6]:

- импульсных моделей вынужденных и собственных колебаний;
- моделей огибающей акустического сигнала;
- полигармонических моделей;
- квазиполигармонических моделей.

Из всех моделей для поставленной задачи диагностики металлообрабатывающего оборудования выбираем полигармоническую модель, которая описывает колебания роторных механизмов в низкочастотном и среднечастотном диапазонах:

$$X(t) = \sum A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (1)$$

где A_i — амплитуда колебаний; ω_i — угловая частота; i — сдвиг по фазе; φ_i — порядок гармоник; t — время.

Полигармоническая модель колебаний роторных механизмов является удобной формой представления колебательного процесса, позволяющего сконцентрироваться на определенных частотах ω_i , кратных основной частоте возбуждения колебаний диагностируемого узла механизма. Модель используется в задачах локализации источников повышенной виброактивности механизма и диагностирования дефектов, которые вызывают существенное увеличение уровня акустического сигнала на определенных частотах. Модель также отвечает одному из требований — простоте.

Таким образом, подход ТРМ с использованием метода вибродиагностики позволяет находить скрытые дефекты, возможность обнаружения неисправностей на этапе их зарождения. В результате можно предположить, что снизится число случайных поломок и аварий, количество дефектов, приводящих к браку, а благодаря изменению отношения персонала, через подход ТРМ, к эксплуатации и обслуживанию оборудования улучшится культура производства.

Библиографический список

1. Пшенникова, М. В. Чистка и уборка, совмещаемые с проверкой, — первый шаг к идеальному состоянию оборудования / М. В. Пшенникова // Методы менеджмента качества. — 2004. — № 9. — С. 9—11.
2. Пшенникова, М. В. Повышение квалификации персонала в системе ТРМ / М. В. Пшенникова // Методы менеджмента качества. — 2004. — № 11 — С. 24—27.
3. Генкин, М. Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов / М. Д. Генкин, А. Г. Соколова. — М.: Машиностроение, 1987. — 288 с.
4. Захаров, С. И. Повышение достоверности значений остаточного ресурса деталей механизмов при акустической диагностике / С. И. Захаров // Вестник машиностроения. — 2008. — № 9. — С. 88—91.
5. Технические средства диагностирования : справ. / В. В. Клюев [и др.] ; под общ. ред. В. В. Клюева. — М.: Машиностроение, 1989. — 672 с.
6. Павлов, Б. В. Акустическая диагностика механизмов / Б. В. Павлов. — М.: Машиностроение, 1971. — 224 с.
7. Петрухин, В. В. Экспериментальные исследования распределения вибрации по длине корпуса модуль-секции электроцентробежного насоса с частотно-регулируемым приводом / В. В. Петрухин // Нефтепромышленное оборудование. — 2009. — № 8. — С. 80—82.

АХТУЛОВ Алексей Леонидович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Управление качеством и сертификация», действительный член Международной академии авторов научных открытий и изобретений и Академии проблем качества,

почетный работник высшего профессионального образования.

Адрес для переписки: ahtulov-al1949@yandex.ru

АХТУЛОВА Людмила Николаевна, кандидат технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Управление качеством и сертификация».

ШИМОХИН Антон Владимирович, аспирант кафедры «Управление качеством и сертификация».

Статья поступила в редакцию 08.11.2011 г.

© А. Л. Ахтулов, Л. Н. Ахтулова, А. В. Шимохин

УДК 621.91.01

**В. А. БЕЛОЗЁРОВ
А. А. СИЛИЧ
М. Х. УТЕШЕВ**

Тюменский государственный
нефтегазовый университет

КОНТАКТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗОНЕ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОНКОМ ТОЧЕНИИ ИНСТРУМЕНТАМИ ИЗ СТМ

Рассматриваются особенности протекания контактных процессов и возникновения контактных напряжений на передних и задних поверхностях резцов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов на станках с ЧПУ.

Ключевые слова: точение, станок с ЧПУ, жаропрочные сплавы, контактные напряжения, динамическая прочность.

Процесс резания инструментами из СТМ (сверхтвердых материалов) на основе кубического нитрида бора (КНБ) осуществляется с малыми сечениями среза и отличается от резания быстрорежущим и твердосплавным инструментом благодаря особым физико-механическим, теплофизическим свойствам и структуре СТМ.

Контактные характеристики процесса тонкого точения, когда коэффициент укорочения стружки K_L (усадка стружки), изменяется от 1-го до 2-х, не исследовались авторами научной школы М. Ф. Полетика [1]. Г. Ф. Андрейченко [2] рассматривает контактные характеристики точения с малыми сечениями среза твердосплавными резцами. Но процесс резания инструментами из СТМ на основе КНБ жаропрочных никелевых сплавов имеет ряд особенностей, связанных с физико-механическими и теплофизическими характеристиками СТМ.

Необходимо всестороннее экспериментальное исследование контактных процессов (в том числе контактных напряжений) тонкого точения жаропрочных никелевых сплавов резцами из СТМ на основе КНБ.

Одной из особенностей тонкого точения резцами из СТМ является то, что толщина среза и толщина стружки в несколько раз меньше ширины среза и ширины стружки, то есть резание производится радиусной частью резца и прямолинейной частью на главной режущей кромке. Например, при толщине среза $a=0,0142$ мм (подача $S=0,02$ мм/об.) и ширине среза $b=0,22$ мм (глубине резания $t=0,05$ мм) отношение b/a составляет 15,5.

При тонком точении резцами из СТМ, когда резание производится радиусной частью резца, наибольшая толщина среза a_{max} возникает при врезании резца на главной режущей кромке, а наименьшая

толщина среза a_{min} на вспомогательной режущей кромке, тогда как коэффициент утолщения стружки имеет наибольшее значение K_a^{max} у вершины резца на его радиусной части, что оказывает влияние на величины контактных напряжений при их распределении вдоль режущей кромки резца из СТМ.

Тонкое точение с малыми сечениями срезаемого слоя (сечения среза) $a=0,0142$ мм ($S=0,02$ мм/об.), $a=0,0284$ мм ($S=0,04$ мм/об.), $a=0,057$ мм ($S=0,08$ мм/об.), $a=0,107$ мм ($S=0,15$ мм/об.) резцами из СТМ жаропрочных сплавов и определение контактных напряжений на передней и задней поверхностях этих резцов имеет большое значение для определения областей эффективного использования этих инструментов на автоматизированном оборудовании — станках с ЧПУ, обрабатывающих центрах и гибких производственных модулях (ГПМ).

Необходимо установить экспериментальные закономерности контактных характеристик при тонком точении жаропрочных сплавов на никелевой основе резцами из СТМ: 1) длины контакта стружки на передней поверхности резца в зоне контакта от скорости резания; 2) значения средних нормальных q_N и касательных q_F контактных напряжений на передней и задней — q_{N_1} , q_{F_1} — поверхностях резцов из СТМ от параметров режима резания в широком диапазоне изменения режимов резания.

Учитывая, что тонкое точение резцами из СТМ проводится с малыми толщинами срезаемого слоя, процесс резания в большей степени определяется контактными температурами и напряжениями на задней поверхности. Одной из основных особенностей тонкого точения жаропрочных сплавов и закаленных легированных сталей резцами из СТМ является то, что по мере увеличения фаски износа резца по задней поверхности контактная температура

и контактные напряжения на задней поверхности резца из СТМ выше, чем температура и контактные напряжения на передней поверхности. Важной задачей тонкого точения жаропрочных сплавов резцами из СТМ является уменьшение контактных напряжений и контактных температур на задней поверхности. Это достигается благодаря применению инструментов из СТМ с меньшими коэффициентами теплопроводности (гексанит-Р, композит-05ИТ) и обработкой жаропрочных сплавов этими инструментами на оптимальных режимах резания.

Из трех рассматриваемых резцов из СТМ — эльбор-Р, композит 05ИТ, гексанит-Р — меньшей величине коэффициента теплопроводности инструментального материала у гексанита-Р соответствует большая температура и контактные напряжения на передней поверхности при постоянном коэффициенте укорочения стружки K_L . Соответственно у резца из гексанита-Р уменьшаются температура и контактные напряжения на задней поверхности.

Наиболее эффективным с точки зрения прочности из трех рассмотренных СТМ (композитов) — эльбора-Р, композита 05ИТ и гексанита-Р — является гексанит-Р, так как за счет перераспределения средних контактных напряжений на передней и задней поверхностях резца из гексанита-Р напряжения q_N , q_F на передней поверхности увеличиваются, а на задней поверхности напряжения q_{N1} уменьшаются в $1,1 \div 1,5$ раза и напряжения q_{F1} уменьшаются в $1,2 \div 1,64$ раза по сравнению соответственно с напряжениями q_{N1} , q_{F1} резца из эльбора-Р в рассмотренном диапазоне режимов резания.

Нами проводились исследования возникновения средних касательных q_F и средних нормальных q_N контактных напряжений на передних поверхностях резцов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов и сталей. Значения этих напряжений необходимы для проведения расчета динамической прочности режущих частей инструментов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов и сталей на станках с ЧПУ на оптимальных экономических режимах резания.

Установлено, что средние касательные q_F контактные напряжения на передних поверхностях в зонах контактов резцов из СТМ являются наиболее стабильными контактами характеристиками, практически не зависящими от параметров режимов резания и геометрических параметров режущих частей инструментов, что подтверждается исследованиями [1, 3].

Средние нормальные q_N контактные напряжения на передней поверхности в зоне контакта резцов из СТМ и других инструментальных материалов являются весьма чувствительной контактной характеристикой к изменению внешних факторов процесса резания, что ранее установлено экспериментальными исследованиями М. Ф. Полетика и его учеников при обработке резанием для большого количества сочетаний обрабатываемых и инструментальных материалов [1].

Для аналитического расчета динамической прочности режущих частей инструментов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов на станках с ЧПУ в качестве одного из исходных данных необходимо установить закономерности распределения нормальных σ_N и касательных τ_F контактных напряжений на передних поверхностях в зонах контактов со стружкой этих режущих инструментов.

При распределении нормальных контактных напряжений σ_N на передних поверхностях в зонах кон-

тактов резцов из СТМ при тонком точении жаропрочного сплава ХВ62МВКЮ-ВД, HRC 38 по параболическому закону определены наибольшие нормальные контактные напряжения σ_M на режущих частях при вершинах инструментов из СТМ с учетом величин средних нормальных контактных напряжений q_N : для гексанита-Р $\sigma_M = 2,1 \cdot q_N$; для композита 05ИТ $\sigma_M = 2,3 \cdot q_N$; для эльбора-Р $\sigma_M = 2,4 \cdot q_N$.

Распределения контактных напряжений σ_N , τ_F по длине контакта на передней поверхности резца из гексанита-Р при точении сплава ХН62МВКЮ-ВД, HRC 38 на станке с ЧПУ ($t = 0,05$ мм; $S = 0,04$ мм/об., $V_{эк\text{опт}} = 1,46$ м/с — постоянная оптимальная экономическая скорость резания при обработке на станке с ЧПУ) математически описываются экспоненциальными зависимостями.

Распределения контактных напряжений σ_N , τ_F по длине контакта на передней поверхности резца композита 05ИТ при точении сплава ХН62МВКЮ-ВД, HRC 38 на станке с ЧПУ ($t = 0,05$ мм; $S = 0,04$ мм/об., $V_{эк\text{опт}} = 1,67$ м/с) также выражаются экспоненциальными зависимостями.

Как показали наши исследования, расчетные значения контактных напряжений σ_N , τ_F при их распределении по экспоненциальному закону хорошо согласуются с экспериментальными данными, поэтому распределения контактных напряжений по длине контакта на передней поверхности резца из СТМ по экспоненциальному закону приняты нами в качестве граничных условий для расчета эквивалентных напряжений σ_η в режущей части резца из СТМ методом конечных элементов (МКЭ) и оценки динамической прочности инструментов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов на оптимальных экономических режимах резания на станке с ЧПУ.

Заключение. Установлено, что из трех рассматриваемых резцов из СТМ — эльбор-Р, композит 05ИТ, гексанит-Р — меньшей величине коэффициента теплопроводности инструментального материала у гексанита-Р соответствует большая температура и контактные напряжения на передней поверхности при постоянном коэффициенте укорочения стружки K_L . Соответственно, у резца из гексанита-Р уменьшаются температура и контактные напряжения на задней поверхности.

Полученные нами распределения контактных напряжений σ_N , τ_F по длине контакта на передней поверхности резца из СТМ по экспоненциальному закону приняты в качестве граничных условий для расчета эквивалентных напряжений σ_η в режущей части резца из СТМ методом конечных элементов (МКЭ) и оценки динамической прочности инструментов из СТМ при тонком точении жаропрочных сплавов на оптимальных экономических режимах резания на станках с ЧПУ.

Библиографический список

1. Полетика, М. Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента / М. Ф. Полетика. — М.: Машиностроение, 1969. — 180 с.
2. Андрейченко, Г. Ф. О зависимости усадки стружки от параметров, определяющих геометрию среза при точении с малыми сечениями среза / Г. Ф. Андрейченко // Межвузовский научно-технический сборник. — Харьков, 1978. — № 20. — С. 114–118.
3. Полетика, М. Ф. Расчет средних контактных напряжений и коэффициента трения на передней поверхности инструмента / М. Ф. Полетика, В. А. Красильников // Технический прогресс

БЕЛОЗЁРОВ Владимир Анатольевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Технология машиностроения».

СИЛИЧ Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Технология машиностроения».

УТЕШЕВ Мирабо Хусаинович, доктор технических наук; профессор (Россия), профессор кафедры «Металлообрабатывающие станки и комплексы».

Адрес для переписки: г. Тюмень, ул. Энергетиков, 44/1, кафедра «Технология машиностроения» института промышленных технологий и инжиниринга ТюмГНГУ.

Статья поступила в редакцию 11.04.2012 г.

© В. А. Белозёров, А. А. Силич, М. Х. Утешев

УДК 629.421.1

А. П. БУЙНОСОВ

Уральский государственный
университет путей сообщения,
г. Екатеринбург

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ОСТАТОЧНОГО ПРОКАТА БАНДАЖЕЙ КОЛЕСНЫХ ПАР МАГИСТРАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОВОЗОВ

В статье изложены результаты экспериментальных исследований выбора оптимального остаточного проката бандажей исходя из критерия максимального ресурса до смены колесных пар электровозов. Изменена технология обточки колесных пар, оставляя при этом прокат 0,5 мм, в результате прогнозируемый ресурс до смены бандажей увеличен на 32 % и позволяет эксплуатировать электровозы ВЛ11 в локомотивном депо Свердловск-сортировочный до ремонта КР-1 и не производить замену бандажей колесных пар на ТР-3. При этом количество обточек существенно возрастает: с пяти (полностью восстановленный профиль) до шести—семи (остаточный прокат 0,5 мм).

Ключевые слова: электровоз, колесная пара, бандаж, износ, контролируемые параметры, обточка, остаточный прокат, ресурс.

На сети железных дорог имеет место повышенный износ колес, бандажей и рельсов. Интенсивность износа колес и рельсов возросла в середине 1970-х годов и достигла наибольших размеров к началу 1990-х. В этот период на железнодорожном транспорте существенно изменились условия эксплуатации. Завершилась перебивка колеи с 1524 мм на прямых участках на колею 1520 мм, изменились также нормы уширения колеи в кривых. На главных путях были уложены объемно-закаленные рельсы тяжелых типов повышенной твердости, а твердость колесной стали практически не изменилась. Был завершен переход на подшипники качения вместо подшипников скольжения, требующих постоянной смазки в буксах. Произошло увеличение статической нагрузки на ось, а также увеличение массы и длины поезда. Начали внедряться композиционные тормозные колодки вместо чугунных. В больших масштабах деревянные шпалы заменялись на железобетонные, при этом повысилась жесткость пути. Произошло ухудшение состояния пути и подвижного состава [1, 2].

Если раньше барьерными местами были горные перевальные участки с затяжными подъемами и спусками, то в настоящее время износ рельсов и колесных пар стал распространенным явлением по всей сети, в том числе и на равнинной части.

Для решения задачи снижения интенсивности износа гребней колесных пар подвижного состава и рельсов необходимы новые научные исследования и решения. И в первую очередь — разработка

комплекса мероприятий, позволяющих, исходя из конкретных условий эксплуатации, определить и устранить причины износа колеса и рельса.

Установить долю влияния каждой причины износа нельзя, так как преобладающее значение той или иной в их сумме изменяется во времени их участия. Только постоянное наблюдение, анализ технического состояния локомотивов и пути может установить причины и уменьшить их влияние на износ [2].

Анализ опубликованных работ показывает, что однозначной зависимости между износом и твердостью колес и рельсов не существует, так как при различных условиях трения существенно изменяется механизм истирания и, соответственно, интенсивность износа [3].

Тем не менее можно утверждать, что с повышением твердости увеличивается сопротивление материала пластической деформации, снижается образование возможных участков схватывания и, следовательно, повышается износостойкость бандажей колесных пар [4, 5].

При установлении оптимальных свойств сопряженных деталей «бандаж — рельс» решение задач сводится к нахождению методов, которые обеспечивают минимальную остаточную деформацию, не нарушая нормального режима работы бандажа, и исключают возникновение усталостных разрушений [6, 7].

По результатам исследований таким методом является частичная обточка бандажей, при которой профиль поверхности катания бандажа полностью

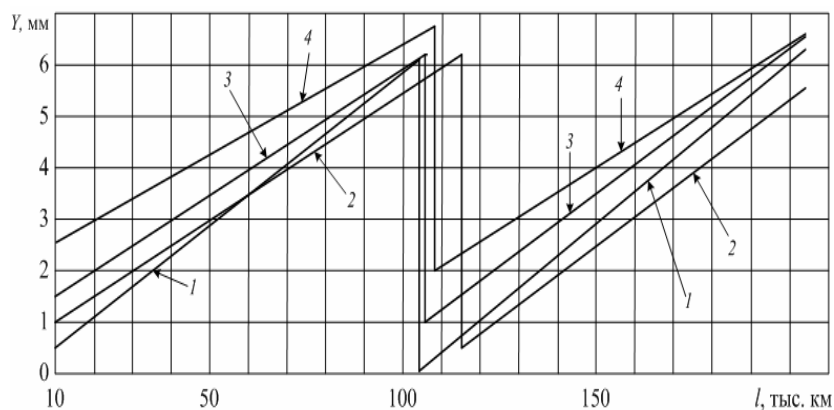


Рис. 1. Зависимости среднего значения проката бандажей колесных пар электровозов ВЛ11 от пробега.

1, 2, 3, 4 — зависимости для соответствующих групп электровозов с остаточным прокатом 0; 0,5; 1,0; 2,0 мм соответственно

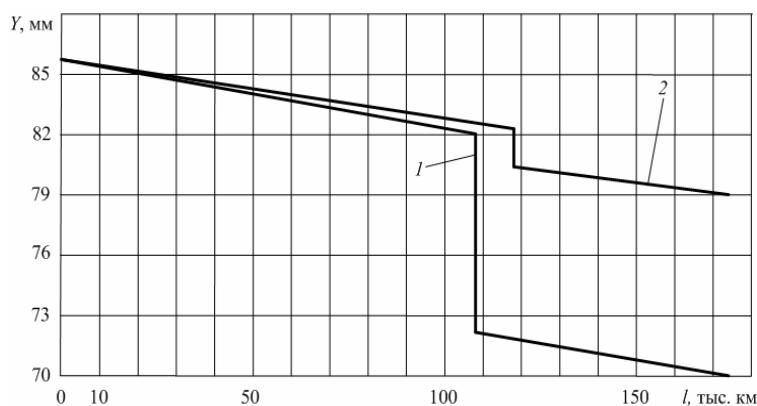


Рис. 2. Уменьшение толщины бандажей колесных пар электровозов ВЛ11 при обточке без остаточного проката 1 и с остаточным прокатом 2

не восстанавливают, а оставляют некоторый (остаточный) прокат, обеспечивающий наименьший износ и, соответственно, максимальный ресурс до смены бандажей [2].

Для определения оптимальной величины остаточного проката в локомотивном депо Свердловск-сортировочный велись наблюдения за 54 электровозами ВЛ11, которые были разделены по сериям на четыре группы: группа 1 — девять электровозов, колесные пары которых обтачивались с полным восстановлением профиля (без остаточного проката); группа 2 — восемь электровозов с восстановлением профиля при остаточном прокате 0,5 мм; группа 3 — пять электровозов с прокатом 1 мм; группа 4 — пять электровозов с прокатом после обточки 2 мм. Все бандажи обтачивались по новому профилю (ГОСТ 11018—2000, рис. 2).

Зависимости величины проката и изменение толщины бандажей от пробега определяли с помощью методов регрессионного анализа, который позволил выявить основные закономерности износа. Эти зависимости были аппроксимированы линейными функциями $y = a + bL$, где y — значение контролируемого параметра (прокат, толщина бандажей); a — интенсивность нарастания проката, уменьшение толщины бандажей; b — величина остаточного проката, толщина бандажа на начало рассмотрения; L — пробег. Результаты расчетов для электровозов ВЛ11 сведены в табл. 1.

Полученные угловые коэффициенты уравнений регрессии контролируемых параметров при разных

величинах остаточного проката отличны друг от друга. Методы сравнения уравнений регрессий позволили установить, что эти отличия существенны и не носят случайного характера [2]. Следовательно, величина остаточного проката сильно влияет на интенсивность износа бандажей колесных пар. Первоначальный интенсивный износ полосы катания полностью обточенного бандажа (отсутствие остаточного проката) можно объяснить воздействием твердой поверхности рельса на неупрочненный бандаж, так как в начальный момент эксплуатации твердость поверхности рельса на 35–40 % превышает твердость бандажа [3].

При остаточном прокате 0,5 мм интенсивность нарастания проката (коэффициент a) уменьшается и наступает его стабилизация. В этом случае наблюдаются минимальная остаточная деформация, упрочнение поверхности катания бандажа, увеличивается сопротивление материала пластической деформации. При увеличении остаточного проката до 2 мм интенсивность нарастания проката увеличивается до $0,492 \text{ мм}/10^4 \text{ км}$ пробега. Это объясняется влиянием большой остаточной деформации, которая ведет к отслаиванию металла с поверхности катания, проскальзыванию колеса по рельсу.

Значения коэффициентов корреляции между зависимостями от пробега среднего значения проката и толщины бандажей колесных пар электровозов ВЛ11 с разным остаточным прокатом представлены в табл. 1. Из нее видно, что значения всех коэффициентов корреляции близки к единице

**Коэффициенты уравнений регрессии проката и толщины бандажей
колесных пар электровозов ВЛ11
с различным остаточным прокатом**

Контролируемый параметр	Величина остаточного проката	Зависимость	Объем выборки, N	Коэффициенты уравнения регрессии $y = a + bL$		Коэффициент корреляции, r_{yL}	Остаточная дисперсия, S_0^2 , мм ²
				a , мм/10 ⁴ км	b , мм		
Прокат	0	$M_y(L)$	946	0,471	0,008	0,945	0,027
		$\sigma_y(L)$		0,091	0,331	0,913	0,022
	0,5	$M_y(L)$	640	0,443	0,503	0,993	0,013
		$\sigma_y(L)$		0,060	0,314	0,897	0,045
	1,0	$M_y(L)$	400	0,480	1,117	0,923	0,066
		$\sigma_y(L)$		0,010	0,120	0,890	0,112
	2,0	$M_y(L)$	400	0,492	1,818	0,894	0,097
		$\sigma_y(L)$		0,043	0,311	0,926	0,003
Толщина бандажа	0	$M_y(L)$	946	-0,677	86,253	-0,991	0,295
		$\sigma_y(L)$		0,066	0,468	0,968	0,018
	0,5	$M_y(L)$	640	-0,451	86,591	-0,985	0,453
		$\sigma_y(L)$		0,065	0,802	0,920	0,218
	1,0	$M_y(L)$	400	-0,488	86,882	-0,964	0,115
		$\sigma_y(L)$		0,070	0,846	0,885	0,192
	2,0	$M_y(L)$	400	-0,490	86,709	-0,954	0,984
		$\sigma_y(L)$		0,105	0,698	0,776	1,150

Таблица 2

Ресурс бандажей электровозов ВЛ11 с различным остаточным прокатом

Величина остаточного проката	90 %-ный ресурс бандажей, тыс. км	
	обточка по предельному прокату	смена по минимальной толщине
	ВЛ11	ВЛ11
0	115	578
0,5	124	762
1,0	119	639
2,0	105	516

(0,886—0,990), а остаточные дисперсии, характеризующие разброс эмпирических точек около линейной регрессии, на порядок меньше дисперсий соответствующих контролируемых параметров.

Это свидетельствует об адекватности линейной аппроксимации, то есть о достаточно тесной связи контролируемых параметров с величиной пробега [4]. При помощи полученных зависимостей можно спрогнозировать износ бандажей и определить их ресурс [8].

Для прогнозирования процесса изнашивания и определения ресурса бандажей колесных пар с различным остаточным прокатом полученные зависимости экстраполировались в область больших значений пробега, предполагалось, что характер этих зависимостей не изменяется, то есть изнашивание бандажей остается в пределах нормальной эксплуатации (рис. 1 и 2).

Результаты расчетов по прогнозированию ресурса бандажей сводим в табл. 2, определяем зависимости от величины остаточного проката ресурса бандажей до смены для электровозов ВЛ11 (рис. 3).

Как видно из табл. 2, прогнозируемый ресурс до смены бандажей при остаточном прокате 0,5 мм — максимальный и равен 762 тыс. км, то есть увеличен на 32 %. Количество обточек существенно возрастает: с пяти (полностью восстановленный профиль) до шести — семи (остаточный прокат 0,5 мм).

Поэтому целесообразно изменить технологию обточки бандажей колесных пар, оставляя при этом прокат 0,5 мм. Прокат 0,5 мм достигается такой глубиной резания, при которой на поверхности катания остается полоса (площадка) накатанного металла шириной до 20 мм. Через нее передаются как вертикальные, так и горизонтальные нагрузки.

Площадка отличается тем, что она имеет большие размеры и расположена под углом примерно 35—40 градусов к оси (площадка контакта на гребне расположена под углом 65 градусов). Скольжение при таком контакте значительно уменьшается. Меньше становятся и удельные давления, а следовательно, и износ. При таких условиях обточки технологический износ — минимальный и ресурс бандажа до списания определяется только его естественным износом. Из-

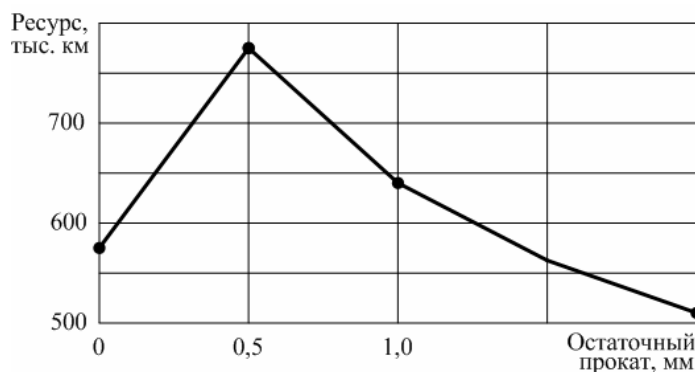


Рис. 3. Зависимость ресурса бандажей до смены от величины остаточного проката для электровозов ВЛ11

менение технологии обточки бандажей колесных пар электровозов ВЛ11 позволит эксплуатировать электровозы в локомотивном депо Свердловск-сортировочный до ремонта КР-1 и не производить замену бандажей колесных пар на ТР-3.

Величина остаточного проката 0,5 мм, установленная для электровозов локомотивного депо Свердловск-сортировочный, в других условиях может отличаться, однако аналогичные исследования позволят установить оптимальную величину остаточного проката для локомотивов любых серий, эксплуатируемых на разных железных дорогах.

Библиографический список

1. Горский, А. В. Использование ресурса бандажей колесных пар электровозов / А. В. Горский, А. П. Буйносов, М. А. Волков // Железнодорожный транспорт. — 1991. — № 1. — С. 34–35.
2. Буйносов, А. П. Основные причины интенсивного износа бандажей колесных пар подвижного состава и методы их устранения / А. П. Буйносов. — Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2009. — 224 с.
3. Буйносов, А. П. Влияние упрочнения на ресурс бандажей колесных пар / А. П. Буйносов, Д. Л. Худояров // Транспорт Урала. — 2010. — № 1 (24). — С. 63–68.

4. Буйносов, А. П. Об износе бандажей электровозов ЧС2 и ЧС7 / А. П. Буйносов, В. С. Клинский // Железнодорожный транспорт. — 1992. — № 5. — С. 45–46.

5. Буйносов, А. П. Износ бандажей и рельсов: причины и возможности сокращения / А. П. Буйносов // Железнодорожный транспорт. — 1994. — № 10. — С. 39–41.

6. Буйносов, А. П. Важный фактор уменьшения износа колес и рельсов / А. П. Буйносов, С. А. Дибров // Железнодорожный транспорт. — 1995. — № 6. — С. 39.

7. Буйносов, А. П. Взаимодействие колеса и рельса / А. П. Буйносов // Путь и путевое хозяйство. — 1999. — № 5. — С. 22–25.

8. Буйносов, А. П. Определение допустимой разности диаметров бандажей колесных пар тягового подвижного состава / А. П. Буйносов // Транспорт Урала. — 2009. — № 4 (23). — С. 53–54.

БУЙНОВ Александр Петрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрическая тяга». Адрес для переписки: byinosov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20.03.2012 г.

© А. П. Буйносов

Книжная полка

Бондаренко, Е. В. Основы проектирования и эксплуатации технологического оборудования : учеб. для вузов по специальности «Автомобили и автомобильное хозяйство» направления подгот. «Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования» / Е. В. Бондаренко, Р. С. Фаскиев. — М. : Академия, 2011. — 302 с. — ISBN 978-5-7695-6001-9.

Подробно изложены теоретические основы расчета и конструирования специализированного технологического оборудования для проведения операций технического обслуживания и ремонта автомобилей. Даны классификации групп оборудования. Рассмотрены принципы действия и конструктивные особенности основных типов технологического оборудования. Описан порядок расчета и подбора основных элементов технического оборудования. Приведены основные положения системы технического обслуживания и ремонта технологического оборудования.

Родионов, М. Г. Информационно-измерительные системы: структуры и их применение : учеб. пособие / М. Г. Родионов, А. А. Горшенков ; ОмГТУ. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. — 71 с. — ISBN 978-5-8149-1093-6.

В учебном пособии рассматриваются общие вопросы, связанные со структурами измерительных систем, показателями надежности функционирования систем, с основными видами систем и их реализацией, вопросами интерфейсного обеспечения и обеспечения связей информационных систем.

УСТАЛОСТНЫЕ ИСПЫТАНИЯ СТАЛЬНЫХ КРЕСТООБРАЗНЫХ ОБРАЗЦОВ С ПОВЕРХНОСТНОЙ ТРЕЩИНОЙ ПРИ ДВУХОСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Описана методика усталостных испытаний стальных крестообразных образцов с поверхностной трещиной при двухосном нагружении. Предложен образец и приспособление для реализации в рабочей части образца двухосного растяжения и растяжения-сжатия. Исследовано напряженное состояние в нагруженной системе приспособление—образец. Установлено влияние напряжения, параллельного плоскости трещины, на скорость ее роста.

Ключевые слова: поверхностная трещина, двухосное нагружение, циклические напряжения, скорость роста трещины, крестообразный образец, испытательная машина.

Большинство эксплуатационных разрушений деталей машин и элементов конструкций, работающих при переменных нагрузках, имеют усталостный характер. В реальных условиях детали всегда имеют микродефекты различного характера, которые появляются как на стадии производства металла, так и на стадии их последующей обработки. Наличие таких микродефектов может привести к возникновению усталостной трещины и выходу детали из строя задолго до окончания срока службы конструкции. Зародившаяся усталостная трещина может расти довольно долго, пока не достигнет критического размера, после чего произойдет разрушение детали. Чтобы определить остаточную долговечность конструкции с трещиной и назначить периодичность профилактических проверок, необходимо уметь предсказывать, как быстро будет развиваться трещина в детали при заданных режимах эксплуатации.

Чтобы установить способность материала сопротивляться распространению трещины, необходимо проводить экспериментальные исследования. Для правильного истолкования и сравнения экспериментальных результатов необходимо изучение механизмов разрушения. Исследования механизмов разрушения опираются на фрактографические методы изучения изломов с помощью электронных микроскопов. Такие методы позволили установить, что подобным механизмам разрушения соответствуют подобные фрактографические признаки [1]. Это дало возможность классифицировать изломы и выявить стадии развития усталостных трещин (рис. 1). Наибольший интерес у исследователей вызывает изучение роста усталостных трещин на стадии стабильного роста, когда формируется бороздчатый рельеф. Именно для этой стадии можно говорить о «контролируемом развитии трещины» и количественной оценке остаточного ресурса.

Большинство исследователей проводят испытания по изучению трещин на образцах простой формы при одноосном нагружении, хотя в реальных усло-

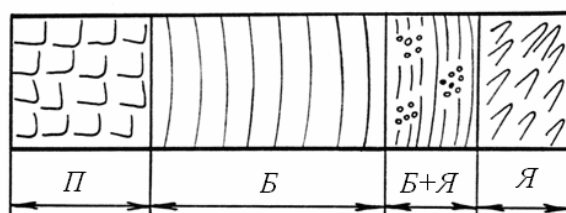


Рис. 1. Зоны усталостного излома:

П — псевдобороздчатого рельефа; Б — бороздчатого;
Б+Я (бороздчатый + ямочный) — ускоренного роста;
Я (ямочный) — долома

виях трещина, как правило, развивается при сложном напряженном состоянии и, в частности, при двухосном напряженном состоянии.

На рис. 2 показаны объекты трубопроводного транспорта и хранения нефти, в элементах конструкций которых возникает двухосное напряженное состояние:

а) в стенке магистрального трубопровода кольцевые напряжения $\sigma_{\text{ки}}$, возникающие от внутреннего давления, всегда растягивающие, т.е. положительные, а продольные напряжения $\sigma_{\text{пр}}$ в зависимости от температурного перепада или направления изгиба могут быть как растягивающими, так и сжимающими, т.е. отрицательными. Соответственно коэффициент двухосности напряженного состояния в стенке трубы $\lambda = \sigma_{\text{пр}} / \sigma_{\text{ки}}$ может быть больше и меньше нуля;

б) для большинства точек стенки сферического резервуара (например, в точке А) при избыточном давлении коэффициент двухосности $\lambda = \sigma_t / \sigma_m > 0$;

в) в стенке вертикального цилиндрического резервуара продольные осевые напряжения $\sigma_{\text{пр}}$ всегда сжимающие, а кольцевые напряжения при избыточном давлении — растягивающие, $\lambda < 0$.

Миллером [2] проведены испытания плоских образцов со сквозной трещиной при степени двух-

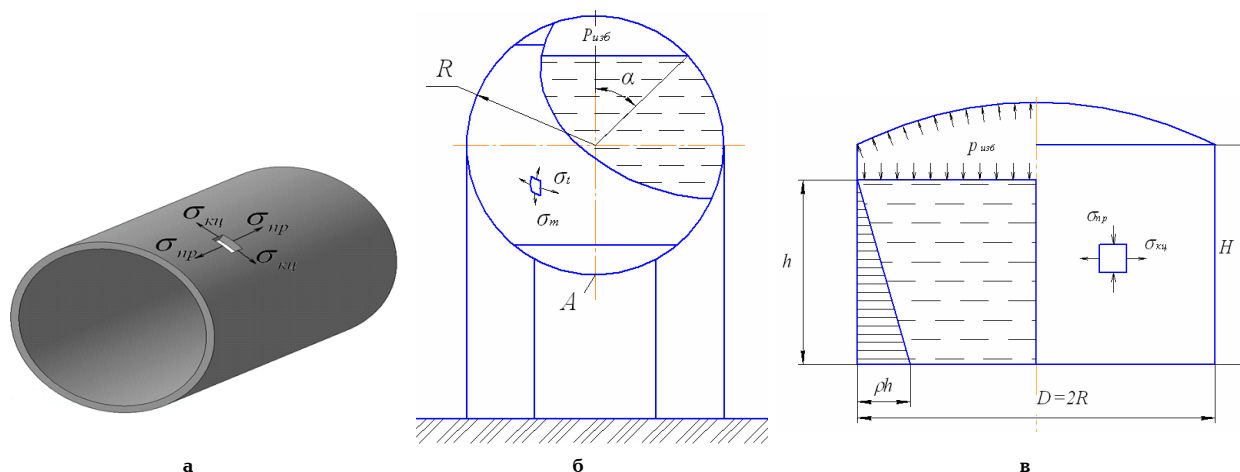


Рис. 2. Напряженное состояние в элементах конструкций

осности $\lambda = +1; 0; -1$. Наибольшая скорость роста трещин имела место при растяжении — сжатии, когда растягивающие напряжения были перпендикулярны плоскости развития трещины. Наименьшая скорость роста была зарегистрирована при двухосном растяжении. Танака и др. [3] также проводили испытания на крестообразных образцах с толщиной рабочей части 2 мм со сквозной трещиной и получили противоположные результаты. При растяжении — сжатии скорость трещины уменьшалась, а при двухосном растяжении увеличивалась. В этой работе проводились фраттографические исследования. Растягивающим напряжениям в плоскости трещины соответствовал более хрупкий рельеф, чем в случае со сжимающими напряжениями. Увеличение скорости роста усталостных трещин авторы исследований объяснили изменением механизма разрушения в сторону охрупчивания, обусловленного увеличением гидростатического напряжения вблизи вершины трещины.

Ито и Шимамото [4] проводили испытания по изучению распространения усталостной трещины в магниевом сплаве в условиях двухосного и одноосного нагружения на крестообразном образце, с целью исследования влияния несингулярного циклического напряжения, параллельного трещине. Для этого исследования использовались пластины толщиной 2,5 мм. Оказалось, что скорость распространения усталостной трещины становится быстрее, когда коэффициент двухосности λ отрицательный, и, наоборот, медленнее, когда коэффициент двухосности положительный.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что результаты двухосных испытаний весьма противоречивы. Возможной причиной этого может быть различие в механизме разрушения, который реализуется в вершине трещины при испытаниях образцов, отличающихся толщиной и показателем двухосности нагружения. Следует отметить, что во всех рассмотренных опытах трещины были сквозными, а образцы тонкими.

Целью настоящей работы является проведение двухосных усталостных испытаний и исследование влияния напряжения, параллельного плоскости поверхностной (несквозной) трещины, на скорость ее роста в стальных образцах.

Для реализации двухосного нагружения были предложены образцы крестообразной формы. Особенность несквозных трещин заключается в том, что в процессе своего развития они распространяются

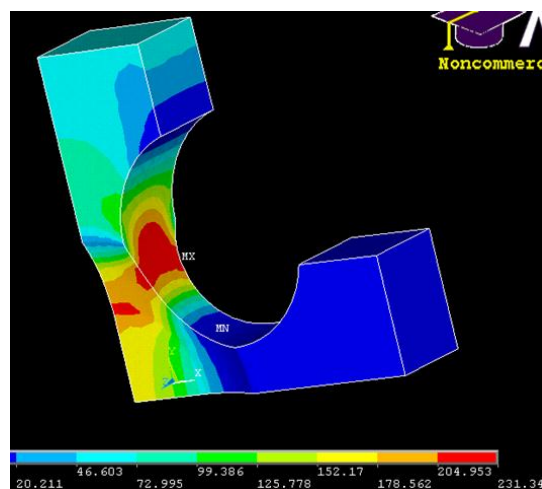


Рис. 3. Напряжения в крестообразном образце

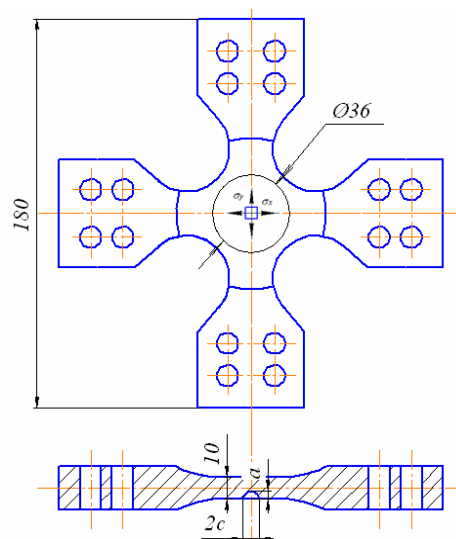


Рис. 4. Образец для двухосных испытаний
 а — глубина полуэллиптической поверхностной трещины;
 с — размер трещины на поверхности образца

как по ширине образца, так и в глубь его от передней поверхности. Поэтому для получения достаточной информации при испытаниях, необходимо иметь образцы значительной толщины. С другой стороны, для испытания крупногабаритных образцов, требу-

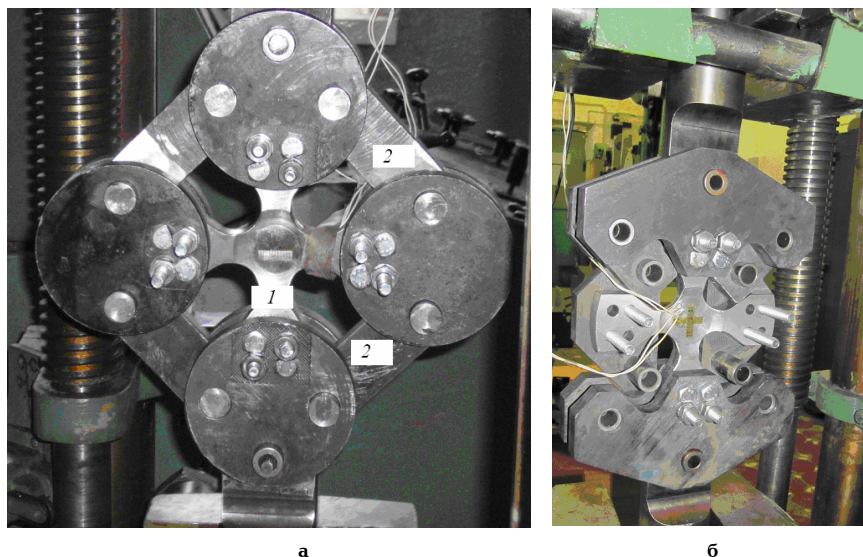


Рис. 5. Приспособления для двухосных испытаний
а — растяжение-сжатие; б — растяжение-растяжение
1 — крестообразный образец; 2 — тяги

ются большие усилия, что накладывает особые требования к их прочности.

Предварительно проводилась оптимизация формы крестообразного образца по напряженно-деформированному состоянию с целью снижения концентрации напряжений. Моделирование формы образца выполнялось методом конечных элементов с помощью программы ANSYS (рис. 3).

Для повышения прочности образца было решено увеличить толщину его ветвей в два раза по сравнению с толщиной рабочей части и выполнить плавный переход на токарном станке с помощью специально заточенного резца от ветвей к центральной части образца диаметром 36 мм и толщиной 10 мм. Окончательная форма крестообразного образца показана на (рис. 4).

Усталостные испытания крестообразных образцов проводились на испытательной машине ГРМ-1 с гидравлическим пульсатором, которая создает одноосное циклическое растяжение или сжатие. Для получения в крестообразном образце 1 двухосного растяжения или растяжения – сжатия, были сконструированы и изготовлены приспособления способные передавать усилия до 100 кН по одной оси (рис. 5).

Соотношение между усилиями, которыми нагружается крестообразный образец по вертикальной и горизонтальной осям, зависит от угла, под которым тяги 2 расположены относительно горизонтальной оси. Если этот угол принять равным 45° , считать жесткость образца много меньше жесткости деталей приспособления и пренебречь потерями на трение в шарнирах, то напряжения в центральной точке образца по горизонтальной оси σ_x и по вертикали σ_y должны быть равны. Степень двухосности номинального напряженного состояния в центре крестообразного образца, т.е. без учета трещины, определяется величиной коэффициента двухосности напряжений $\lambda = \sigma_x / \sigma_y$ (рис. 4). Вертикальные напряжения σ_y перпендикулярны плоскости трещины и в процессе нагружения раскрывают ее. Горизонтальные напряжения σ_x параллельны плоскости трещины и, формально, наличие трещины не влияет на их величину.

Реальный коэффициент двухосности напряжений $\lambda = \sigma_x / \sigma_y$ существенным образом зависит от соотношения жесткостей деталей приспособления в верти-

кальном и горизонтальном направлениях и точно может быть определен только по результатам деформаций в центральной части образца. Для выяснения вклада отдельных деталей в снижение жесткости приспособления использовался метод компьютерного моделирования и эксперимента, проведенный в программе ANSYS. В результате его проведения установлено, что жесткость приспособления в вертикальном направлении значительно выше, чем в горизонтальном. Тем не менее, незначительно доработав приспособление, при проведении усталостных испытаний удалось получить следующие значения коэффициента двухосности напряжений $\lambda = \sigma_x / \sigma_y$: $-0,9$; $-0,3$; $+0,5$.

Усталостную трещину в центре крестообразного образца зарождали с помощью специально нанесенного концентратора напряжений. Качество нанесенного концентратора можно оценить скоростью зарождения усталостной трещины, повторяемостью ее формы при большом количестве испытываемых образцов, а также влиянием концентратора на структуру близлежащего материала. Чтобы определить наиболее подходящий способ нанесения концентратора, был проведен ряд предварительных испытаний, в результате которых установлено, что наилучшим образом поверхностная трещина зарождается в результате разрушения перемычки между двумя близко засверленными отверстиями (рис. 6а).

Для оптимального выбора концентратора была проведена серия расчетов напряженно-деформированного состояния в перемычке между отверстиями. Моделирование центральной зоны образца выполнялось методом конечных элементов и реализовано в программе ANSYS (рис. 6б). В процессе численного анализа и натурных экспериментов установлено, что в стальном образце толщиной 10 мм гарантированно приводят к зарождению усталостной трещины три отверстия по горизонтальной оси глубиной до 3 мм с толщиной перемычки $0,3 - 0,4$ мм.

Для определения напряжений при испытаниях использовался метод электротензометрирования. В центре рабочей части образца с обратной стороны от концентратора наклеивались два тензорезистора. Они располагались крест-накрест по направлению осей симметрии образца, то есть вдоль главных на-

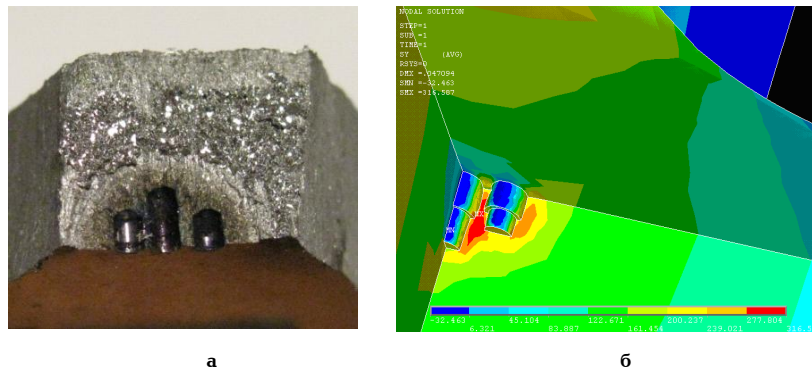


Рис. 6. Концентратор напряжений

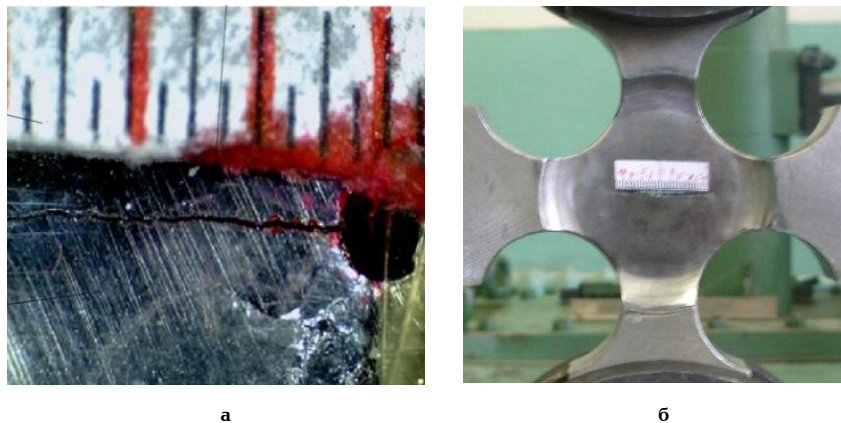


Рис. 7. Трещина на поверхности образца

пряжений. Измерения деформаций проводились независимо по взаимно перпендикулярным направлениям путем подключения тензорезисторов в полумостовую схему. Второй тензорезистор, входящий в полумостовую схему, одновременно являлся компенсационным по влиянию температуры и применялся для тарировки. Он наклеивался на тарировочной балочке, изготовленной из того же материала, что и испытываемые образцы. Балочка нагружалась чистым изгибом, и ее деформации были пропорциональны прогибу, который измерялся с помощью стрелочного индикатора с точностью до 0,01 мм.

Аналоговый сигнал с выхода тензостанции подавался на вход цифрового осциллографа комбинированного прибора АСК-4106 и далее на монитор компьютера. Напряжения в центре крестообразного образца вычислялись по формулам обобщенного закона Гука, для плоского напряженного состояния

$$\sigma_1 = \frac{E}{(1 + \mu^2)} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{(1 + \mu^2)} (\varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1).$$

Во время проведенных испытаний применялись два метода прямого измерения размера несквозной трещины, которая наблюдалась по передней поверхности образца.

Первый метод был основан на применении электронного микроскопа. Изображение рабочей зоны образца через микроскоп и видеокамеру передавалось на USB-вход компьютера, где оно могло быть записано или передано на экран монитора (рис. 7а).

Второй способ, который применялся для измерения трещины, отличался значительной простотой от первого. При циклическом нагружении образца

оказалось возможным с хорошей достоверностью следить за кончиком трещины с помощью лупы восьмикратного увеличения. Развивающаяся трещина была хорошо видна на отполированной передней поверхности образца при боковом освещении. Для измерения размера трещины вдоль предполагаемой линии ее роста наклеивался полумиллиметровый растр (рис. 7б). Линия, по которой трещина выходила на поверхность образца, незначительно отличалась от прямой, перпендикулярной растягивающим напряжениям σ_y . Это позволило фиксировать момент прохождения трещины через очередное деление растра и таким образом получать зависимость половины размера трещины по поверхности (c) от числа циклов нагружения (N).

Усталостные испытания проводились на крестообразных образцах, изготовленных из стали 20 при двухосном растяжении $\lambda = 0,5$ и при двухосном растяжении — сжатии $\lambda = -0,3$ и $-0,9$. Так как целью исследования являлась оценка влияния напряжения σ_x параллельного плоскости поверхностной (несквозной) трещины, на скорость ее роста, то напряжения σ_y перпендикулярные трещине во всех экспериментах оставались постоянными и равнялись 150 МПа.

Результаты усталостных испытаний при различной степени двухосности напряжений в зоне поверхностной трещины представлены на рис. 8.

В результате анализа полученных экспериментальных данных установлено, что при сжимающем напряжении σ_x число циклов до разрушения образца увеличивалось с его увеличением, т.е. с уменьшением коэффициента двухосности напряжений λ скорость роста трещины уменьшалась. И, наоборот, при растягивающем напряжении σ_x число циклов

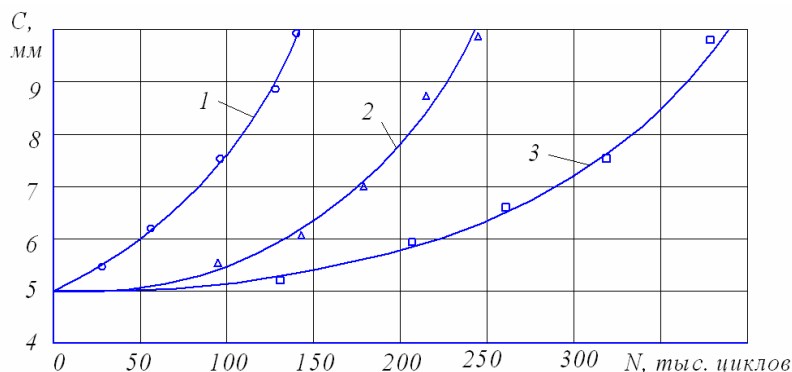


Рис. 8. Влияние способа нагружения крестообразного образца из стали 20 на рост усталостных трещин
1 — $\lambda=+0,5$; 2 — $\lambda=-0,3$; 3 — $\lambda=-0,9$

до разрушения уменьшалось, а скорость роста трещины увеличивалась.

Библиографический список

1. Иванова, В. С. О связи рельефа излома, формирующегося при росте усталостной трещины в алюминиевых сплавах с механизмом разрушения / В. С. Иванова, А. А. Шанявский // Проблемы прочности. — 1979. — № 6. — С. 5–9.
2. Miller K.J. Fatigue under complex stress // Metal Science. — 1977. — V. 2. — № 8–9. — P. 432–438.
3. Tanaka K., Hoshida T., Yamoda A., Taird S. Fatigue crack propagation in biaxial stress fields // Fatigue Eng. Mat. — 1979. — V. 2. — № 2. — P. 181–194.

4. Yasumi Itoh, Akira Shimamoto. Fatigue crack propagation of magnesium alloy in biaxial stress fields // Mechanical Engineering Papers. — 2005. — V. 5769. — I. 1. — P. 89–100.

ВАНСОВИЧ Константин Александрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Транспорт и хранение нефти и газа, стандартизация и сертификация».

ЯДРОВ Виктор Иванович, заведующий лабораториями кафедры «Сопротивление материалов». Адрес для переписки: vansovichka@mail.ru

Статья поступила в редакцию 13.06.2012 г.

© К. А. Вансович, В. И. Ядров

Книжная полка

Кривошапко, С. Н. Сопротивление материалов: лекции, семинары. расчетно-графические работы : учеб. для бакалавров / С. Н. Кривошапко ; Рос. ун-т дружбы народов. — М. : Юрайт, 2012. — 413 с. — ISBN 978-5-9916-1515-0.

На современном уровне изложены традиционные вопросы прочностного расчета отдельного бруса при растяжении, сдвиге, кручении, изгибе, сложном сопротивлении, составляющие основное содержание любого курса сопротивления материалов. Рассмотрены задачи на устойчивость упругих стержней, динамические задачи, неупругое деформирование. Отдельные вопросы расширены за счет включения новых методов расчета, получивших признание. Первая часть книги содержит 36 лекций. Во второй части даются примеры решения конкретных задач сопротивления материалов, сгруппированных по темам лекций, и приводятся образцы выполнения расчетно-графических работ. Третья часть содержит 18 расчетно-графических работ для самостоятельного выполнения.

Материаловедение в машиностроении : учеб. для бакалавров вузов по направлениям «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Автоматизация технологических процессов и производств» (отрасль машиностроение) / А. М. Адаскин [и др.]. — М. : Юрайт, 2012. — 535 с. — ISBN 978-5-9916-1654-6.

В учебнике рассматриваются физико-химические основы материаловедения, теория сплавов и механизмы их упрочнения. Рассмотрены металлические материалы и технологии их термической, химико-термической обработки, упрочнение пластической деформацией, а также конструкционные, неметаллические и композиционные материалы. Подробно описаны материалы с особыми функциональными и технологическими свойствами. Широко освещены инструментальные материалы для изготовления режущего, штампового и абразивного инструмента. В учебнике приведены сведения о нано- и интеллектуальных материалах. В книге показано место и назначение термической обработки в типовых технологических процессах изготовления деталей из металлических и неметаллических материалов. Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения.